IN7R9 Teoría de Juegos y Economía de la Información | Profesor: Juan Escobar
Primavera 2015 | Auxiliar: Gian Carniglia

Tarea 2

Entrega: Miércoles 2 de septiembre a las 13hrs con Olga Barrera.

1. Dos países, 1 y 2, deciden simultáneamente entre armarse (A) o no armarse (NA). Armarse es costoso, pero asegura protección en contra de un rival armado. Más concretamente, los pagos para el jugador i (que escoge fila) son

	A	NA
A	$-c_i$	$\mu - c_i$
NA	-2	0

donde c_i es el costo de armarse para i, $\mu > 0$ es el beneficio de i si se arma pero el rival no (de modo que lo pueda invadir), y -2 representa las pérdidas que ocurren cuando se está desarmado pero el rival esta armádo. Suponemos que c_i es información privada del jugador i y se distribuye uniforme en $[0, 1]$, $i = 1, 2$. En este problema, nos interesa el caso en que los beneficios de estar armado μ son pequeños.

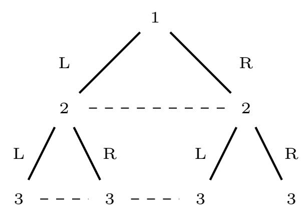
a. Suponga, solo en esta parte, que c_1, c_2 son conocidos y $c_i > \mu$. Encuentre los EN (en puras) del juego y compárelos en un sentido de Pareto.

b. Fijando la estrategia del rival, caracterice la respuesta óptima del país i como función de su tipo c_i y la probabilidad p_j con la que el rival se arma. Muestre que la respuesta óptima es tipo cutoff.

c. Muestre que existe un único EB, en el que ambos países se arman independiente de sus costos c_i.

d. Suponga ahora que los países mueven secuencialmente. En $t = 0$, los países reciben la información privada sobre sus costos; en $t = 1$ al país 1 toma una decisión en $\{A, NA\}$ y tal decisión es observada por 2; en t=2 el país 2 decide en $\{A, NA\}$. Es el resultado encontrado en c (que en equilibrio ambos países atacan) consistente con el resultado de algún equilibrio Bayesiano perfecto débil del juego con movidas secuenciales? Tiene el juego con movidas secuenciales un EBPD con resultado distinto del encontrado en c? Explique.

2. Considere el siguiente modelo de consumo conspicuo. Suponga que la riqueza de Pedro es alta H o baja L, con $H > L$. Pedro conoce su riqueza; pero el resto de sus amigos no. Pero Pedro disfruta que la gente piense que el es rico. Asuma que si la gente piensa que Pedro es rico con probabilidad q, entonces su beneficio es q. Inicialmente, los amigos de Pedro piensan que el es rico con probabilidad p, pero Pedro puede gastar dinero consumiendo de manera sofisticada para sealizar su ingreso. Si c es el consumo conspicuo de Pedro, su costo es c/w, donde $w \in \{H, L\}$ es su riqueza. Los amigos de Pedro observan c y, cuando sea posible, actualizan sus creencias q de manera Bayesiana. La utilidad de Pedro es $q - c/w$. Encuentre equilibrios de separación y de pooling para este modelo.



3. Considere la siguiente representación parcial de juego en forma extensiva (las decisiones que puede tomar 3 no estan representadas pues son irrelevantes para el problema).

   Considere la estrategia $\sigma_1 = R$ para 1 y $\sigma_2 = R$ para 2. Muestre que si μ_3 es parte de un sistema de creencias μ tal que (σ, μ) es un equilibrio secuencial, entonces $\mu_3(LL) = 0$.

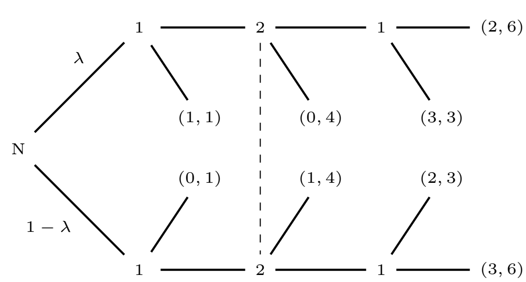
4. Un demandante ha sufrido daños por un valor $v \in \{0, 1, \dots, 99\}$. El juez no conoce v, pero estima que está distribuido uniformemente en $\{0, \dots, 99\}$. El demandante puede revelar v al juez sin costo alguno, en cuyo caso el juez conocerá v. Los eventos son como siguen. Primero, el demandante decide revelar o no revelar v. Luego, el juez asigna una compensación $R \geq 0$. La utilidad del demandante es $R - v$, mientras que la utilidad del juez es $-(v - R)^2$. Estudiamos EBP (en estrategias puras).

   a. Encuentre todos los EBP. Qué tan informativos son los equilibrios? Explique.
   b. En lo que sigue, suponga que existe un costo $c > 0$ de revelar el daño para el demandante. Resuelva el modelo suponiendo $c < 1$.
   c. Caracterice los equilibrios dado $c > 0$ arbitrario.

5. Considere el modelo de señales en el mercado del trabajo visto en clases, donde un trabajador de tipo $i = H, L$ tiene productividad θ_i, con $\theta_L < \theta_H$. Los eventos son como siguen: (1) El trabajador observa su tipo, pero el empleador no; (2) El trabajador escoge educación $e \geq 0$, que es costosa y observada por los empleadores, pero no es productiva; (3) Los empleadores compiten Bertrand ofreciendo salarios w; (4) El trabajador escoge una empresa donde trabajar. Suponemos que $c_H(e) = e^2$ y $c_L(e) = e$.

   a. Muestre que el modelo no satisface la propiedad Spence-Mirreless-single-crossing.
   b. Muestre que existe un EBP separador ssi $\theta_H - \theta_L < 1$.

6. Considere el siguiente juego en forma extensiva.



Cuando la naturaleza escoge la rama superior del juego, entonces los jugadores se enfrentan en juego del ciempies. Cuando se escoge la rama inferior del juego, la situación es similar con la diferencia que el jugador 1 siempre quiere seguir. La interpretación es la siguiente. El jugador 2 está jugando el juego del ciempies contra un oponente, pero no está seguro si su rival entiende el juego. Suponemos $\lambda \in]0, 1[$.

a. Solo en esta parte, suponga que las movidas de la naturaleza son observables y encuentre los EPS.

b. Encuentre los EPS del juego.

c. Encuentre los equilibrios secuenciales del juego. Qué pasa cuando $\lambda \to 1$? HINT: Encuentre primero los EN.

7. (Opcional) Un comprador y un vendedor negocian. El vendedor posee un objecto que es valorado en $v > 0$ por el comprador (la valoración del vendedor por el bien es 0). El valor $v \in \{v_L, v_H\}$, con $v_L < v_H$, es conocido por el comprador, pero no por el vendedor. El vendedor hace una oferta $p_t \geq 0$ a principio de cada periodo t, con $t = 1, 2$ que el comprador puede aceptar o rechazar. El juego termina en la primera ronda si la oferta es aceptada. Si la oferta se p_t es aceptada en el periodo t, entonces la utilidad del comprador es $\delta^{t-1}(v - p^t)$ y la del vendedor es $\delta^{t-1} p_t$, con $\delta < 1$. Si ambas rondas tienen ofertas rechazadas, entonces los pagos son iguales a 0. Considere estrategias en que un comprador indiferente acepta. Suponemos ademas que la naturaleza escoge $v = v_H$ con probabilidad $\lambda \in]0, 1[$

   a. Suponga primero que el valor v es conocimiento común. Encuentre el EPS del juego y muestre que siempre hay acuerdo en $t = 1$.

   b. Encuentre restricciones sobre los parámetros tal que exista un EBP en estrategias puras tal que los tipos de compradores se separan dinámicamente: El comprador v_H compra en el periodo 1, mientras que el comprador v_L compra en el periodo 2.