MA2002-6 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Mauricio Soto
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 2

1. Resumen

Teorema 1. *(Gauss) Sea $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ un abierto acotado cuya frontera $\partial\Omega$ es una superficie regular por pedazos, orientada según la normal exterior. Sea $\vec{F} : \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial clase C^1 sobre un abierto $\mathcal{U}$ que contiene a $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$. Entonces*

$$\iint_{\partial\Omega} \vec{F} \cdot d\vec{A} = \iiint_{\Omega} div(\vec{F}) dV$$

P1 Considere el campo $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por:

$$\vec{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy)$$

y la región Ω definida por: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \in [0, b]$ y $x^2 + y^2 = a^2$, con a y b constantes dadas, y ambas positivas. Evalúe las integrales de flujo del campo sobre cada una de las 5 caras de la región. Haga un bosquejo y considere la orientación exterior.

P2 Considere la superficie $S \subset \mathbb{R}^3$ formada por los puntos del casquete esférico unitario que están por encima del plano $z = 2y$. Es decir, $S = \{(x, y, z) : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ z \geq 2y\}$.

a) Bosqueje S y encuentre una parametrización regular de esta superficie.

b) Calcule el flujo del campo

$$\vec{F}(x, y, z) = (x + y^2 + z^2)\hat{\imath} + (e^{-x^2} - 2)\hat{\jmath} + (2e^{-x^2} + 1)\hat{k}$$

sobre la superficie S orientada con la normal exterior a la esfera.

P3 Calcular la integral de flujo $\displaystyle\iint_{\Omega} \nabla\Phi \cdot d\vec{A}$, siendo Ω el hemisferio superior del casquete elipsoidal: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$, orientado según la normal interior y Φ es del campo escalar:

$$\Phi(x, y, z) = (x-1)^2 + 2(y-1)^2 + z^2$$