



CONTROL 1

5 de octubre de 2015

Tiempo: 3 horas

- P1.** a) (1,0 pto.) Sean E y F eventos. Pruebe que $\mathbb{P}(E^c F^c) = 1 - \mathbb{P}(E) - \mathbb{P}(F) + \mathbb{P}(EF)$.
- b) (2,0 ptos.) Sean A y B dos eventos. Pruebe que si $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A \cap B)$ entonces $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$.
- c) (3,0 ptos.) Se dispone de dos monedas, una equilibrada y la otra con probabilidad $3/4$ de cara. Se escoge al azar una de las dos monedas, y se lanza dos veces. Sea C_i el evento en que el lanzamiento i resulta cara, para $i = 1, 2$. Calcule $\mathbb{P}(C_1)$, $\mathbb{P}(C_2)$ y $\mathbb{P}(C_1 C_2)$. ¿Son independientes los eventos C_1 y C_2 ? Explique.
- P2.** a) ¿De cuántas maneras se pueden sentar 8 personas en una fila si:
- 1) (1,0 pto.) Fulano y Mengano no quieren quedar juntos?
 - 2) (1,0 pto.) hay 4 parejas y todos quieren quedar sentados junto a su compañero/a?
 - 3) (1,0 pto.) hay 5 mujeres y tienen que quedar todas juntas?
- b) Usted acordó juntarse con una amiga a las 21:00, y usted llega puntual al lugar de encuentro. Sin embargo, usted sabe que la probabilidad que ella decida no asistir es de un 20%; y en caso que efectivamente asista, con probabilidad de un 25% llegará más de 20 minutos atrasada. Usted decide esperar hasta las 21:20, y marcharse si su amiga no ha llegado.
- 1) (1,5 ptos.) ¿Cuál es la probabilidad de que logren juntarse?
 - 2) (1,5 ptos.) Suponga que no logran juntarse. ¿Cuál es la probabilidad de que su amiga llegue una vez que usted se marchó?
- P3.** a) (3,0 ptos.) Se lanza n veces de manera independiente un dado equilibrado con m caras. Se define una *racha* como una secuencia maximal de resultados del mismo tipo (por ejemplo, 1133322 tiene 3 rachas, mientras que 3221212 tiene 6 rachas). Sea X la variable aleatoria correspondiente al número de rachas obtenidas. Indicar el rango de X y calcular la función p_X .
- b) (3,0 ptos.) Sean $X \sim \text{BN}(r, p)$ e $Y \sim \text{binom}(n, p)$. Demuestre que $\mathbb{P}(X > n) = \mathbb{P}(Y < r)$. *Indicación:* siga una de las siguientes dos alternativas: demuestre la igualdad de manera analítica (no recomendado), o bien razone en términos de lanzamientos de una moneda con probabilidad p de cara, identificando variables X e Y con la distribución deseada y estudiando la relación entre los eventos $\{X > n\}$ e $\{Y < r\}$ (recomendado).