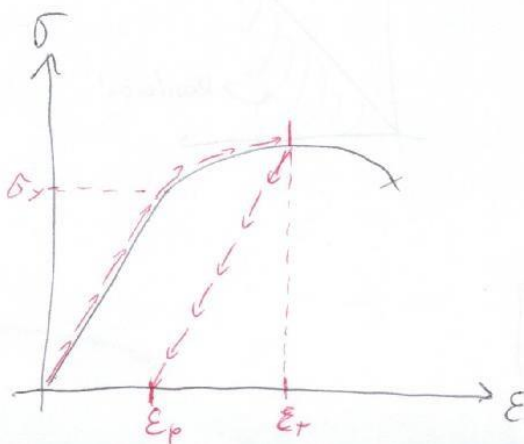


σ_{uts} : Resistencia máxima a la tracción
 σ_y : Límite de fluencia
 E : Módulo de elasticidad (pendiente zona elástica)

$$\int_0^{\epsilon_f} \sigma d\epsilon = \text{Tenacidad (Área bajo la curva, Energía por unidad de volumen)}$$



ϵ_p : Deformación plástica

$$\epsilon_T = \epsilon_p + \epsilon_{el}$$

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot n = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot n$$

b) Definiciones:

i) Reales: $\sigma = \frac{F}{A}$ (Área en cada plo) ; Nominales: $\sigma_n = \frac{F}{A_0}$ (Área inicial)

$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$; $\epsilon_n = \frac{\Delta l}{l_0}$ (largo inicial)

* Como el volumen no cambia (Se asume constante):

$A_0 \cdot l_0 = A \cdot l$ $\rightarrow A_0 = A \cdot \frac{l}{l_0} = A \left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0} + \frac{l_0}{l_0} \right)$

Área y largo al inicio ; Área y largo en cualquier punto

$\therefore A_0 = A(\epsilon_n + 1)$

* ϵ_n σ real:

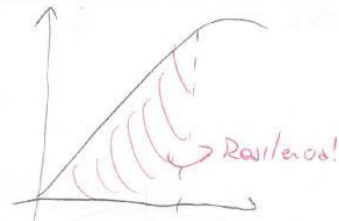
$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\sigma_n}{A_0} (\epsilon_n + 1) \Rightarrow \sigma = \sigma_n (\epsilon_n + 1)$

* Para la deformación:

$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{\Delta l}{l_0} + 1\right)$

$\therefore \epsilon = \ln(\epsilon_n + 1)$

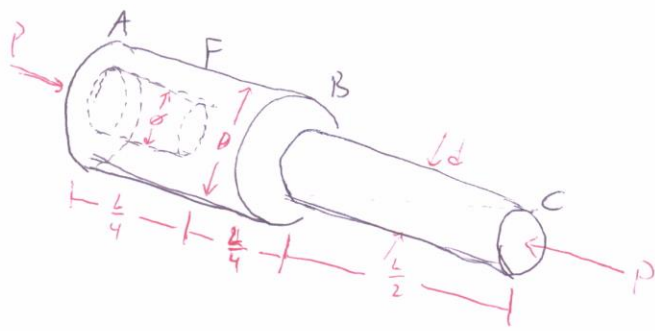
ii) Resiliencia: $U_{el} = \int \sigma_n d\epsilon_n$



\rightarrow Pero $E = \frac{\sigma_n}{\epsilon_n} \Rightarrow \epsilon_n = \frac{\sigma_n}{E}$

$d\epsilon_n = \frac{d\sigma_n}{E}$

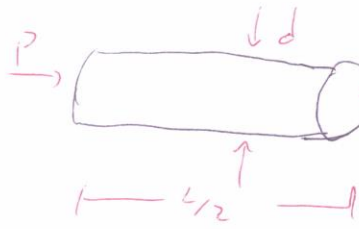
$\Rightarrow U_{el} = \int \sigma_n \cdot \frac{d\sigma_n}{E} = \frac{\sigma_n^2}{2E}$



* Cada segmento se deforma de forma diferente ya que el área transversal es diferente (3 segmentos)

→ Segmento BC

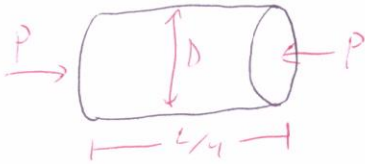
$$\sigma = E \cdot \epsilon ; \sigma = \frac{F}{A} ; \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$



$$\sigma = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \wedge \quad \epsilon = \frac{\Delta l_{BC}}{L/2}$$

$$\Rightarrow \frac{4P}{\pi d^2} = E \cdot \frac{2\Delta l_{BC}}{L} \Rightarrow \Delta l_{BC} = \frac{2PL}{\pi d^2 E}$$

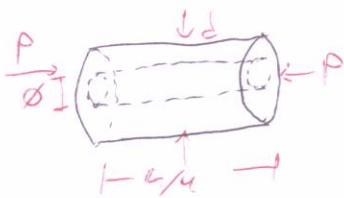
→ Segmento FB



$$\sigma = \frac{P}{\frac{\pi D^2}{4}} \quad \wedge \quad \epsilon = \frac{\Delta l_{FB}}{L/4}$$

$$\Rightarrow \frac{4P}{\pi D^2} = E \cdot \frac{4\Delta l_{FB}}{L} \Rightarrow \Delta l_{FB} = \frac{PL}{\pi D^2 E}$$

→ Segmento AF



$$\sigma = \frac{P}{\frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}} \quad \wedge \quad \epsilon = \frac{\Delta l_{AF}}{L/4}$$

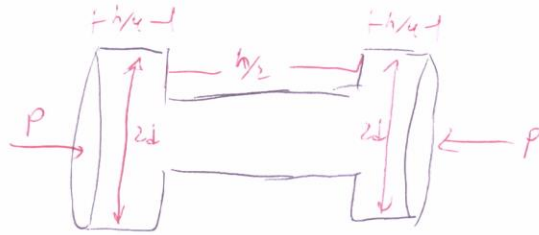
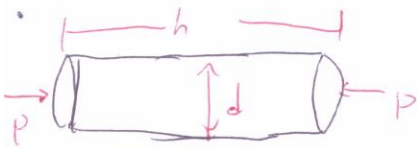
$$\Rightarrow \frac{4P}{\pi (D^2 - d^2)} = E \cdot \frac{4\Delta l_{AF}}{L} \Rightarrow \Delta l_{AF} = \frac{PL}{\pi (D^2 - d^2) E}$$

$$\rightarrow \Delta l_T = \Delta l_{AF} + \Delta l_{FB} + \Delta l_{BC} \leq 0,3 \text{ in}$$

$$\frac{PL}{\pi E} \left(\frac{2}{d^2} + \frac{1}{D^2} + \frac{1}{D^2 - d^2} \right) \leq 0,3 \text{ in}$$

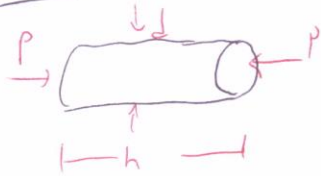
$$\therefore \varnothing \leq \sqrt{D^2 - \frac{1}{\frac{0,3\pi E}{PL} - \frac{2}{d^2} - \frac{1}{D^2}}}$$

$$\varnothing \leq 2,18 \text{ in}$$



→ Para comparar la energía elástica en cada caso, usaremos la definición de resiliencia

• Caso 1

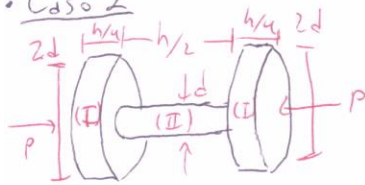


$$R = \frac{\sigma^2}{2E} \left[\frac{\text{energía}}{\text{volumen}} \right]$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4P}{\pi d^2} ; V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h$$

$$\Rightarrow U_{el}^{(1)} = R \cdot V = \frac{16P^2}{2E\pi^2 d^4} \cdot \frac{\pi d^2}{4} h \Rightarrow U_{el}^{(1)} = \frac{2P^2 h}{\pi d^2 E}$$

• Caso 2



$$\Rightarrow \text{Zona I: } \sigma = \frac{4P}{\pi (2d)^2} = \frac{P}{\pi d^2} \quad \wedge \quad V = \frac{\pi (2d)^2}{4} \cdot \frac{h}{4} \cdot 2 = \frac{\pi d^2 h}{2}$$

$$U_{el}^{(I)} = \frac{P^2 h}{4\pi d^2 E}$$

$$\Rightarrow \text{Zona II: } \sigma = \frac{4P}{\pi d^2} \quad \wedge \quad V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{h}{2} = \frac{\pi d^2 h}{8}$$

$$U_{el}^{(II)} = \frac{P^2 h}{\pi d^2 E}$$

$$\Rightarrow U_{el}^{(2)} = U_{el}^{(I)} + U_{el}^{(II)} = \frac{1}{4} \frac{P^2 h}{\pi d^2 E} + \frac{P^2 h}{\pi d^2 E}$$

$$\therefore U_{el}^{(2)} = \frac{5}{4} \frac{P^2 h}{\pi d^2 E}$$

¿Qué sucedió con la resiliencia entre el caso I y II?

$$\frac{U_{el}^2}{U_{el}^1} = \frac{\frac{5}{4} \frac{P^2 h}{D^3 E}}{2 \frac{P^2 h}{D^3 E}} = \frac{5}{8} = 0,625$$

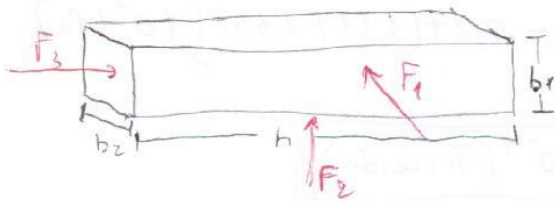
∴ La resiliencia disminuyó un 37,5%

¿Y si se utilizara otro material en el caso II?

$$\frac{U_{el}^2}{U_{el}^1} = \frac{5}{8} \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \text{Depende de la magnitud de los Módulos de Elasticidad}$$

c) Se hace uso de la Ley de Hooke 3D:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] \\ \epsilon_{22} &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] \\ \epsilon_{33} &= \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] \end{aligned}$$



$$A_1 = h \cdot b_1 = 30 \cdot 3 = 90 \text{ [cm}^2\text{]} \\ = 9 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$A_2 = h \cdot b_2 = 30 \cdot 5 = 150 \text{ [cm}^2\text{]} \\ = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$A_3 = b_1 \cdot b_2 = 3 \cdot 5 = 15 \text{ [cm}^2\text{]} \\ = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\Rightarrow \sigma_{11} = \frac{F_1}{A_1} = \frac{10 \cdot 10^3 [\text{N}]}{9 \cdot 10^{-3} [\text{m}^2]} = 1,11 \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

$$\sigma_{22} = \frac{F_2}{A_2} = \frac{20 \cdot 10^3 [\text{N}]}{1,5 \cdot 10^{-2} [\text{m}^2]} = 1,33 \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

$$\sigma_{33} = \frac{F_3}{A_3} = \frac{50 \cdot 10^3 [\text{N}]}{1,5 \cdot 10^{-3} [\text{m}^2]} = 33 \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

~~$$\sigma_{11} = \frac{10 \cdot 10^3 [\text{N}]}{200 \cdot 10^{-9} [\text{m}^2]}$$~~

$$\therefore \epsilon_{11} = \frac{1}{200 \cdot 10^9 [\text{Pa}]} [1,11 - 0,27(1,33 + 33)] \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

$$\epsilon_{11} = -4,08 \cdot 10^{-5} \text{ (Compresión)}$$

$$\epsilon_{22} = \frac{1}{200 \cdot 10^9 [\text{Pa}]} [1,33 - 0,27(1,11 + 33)] \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

$$\epsilon_{22} = -3,94 \cdot 10^{-5} \text{ (Compresión)}$$

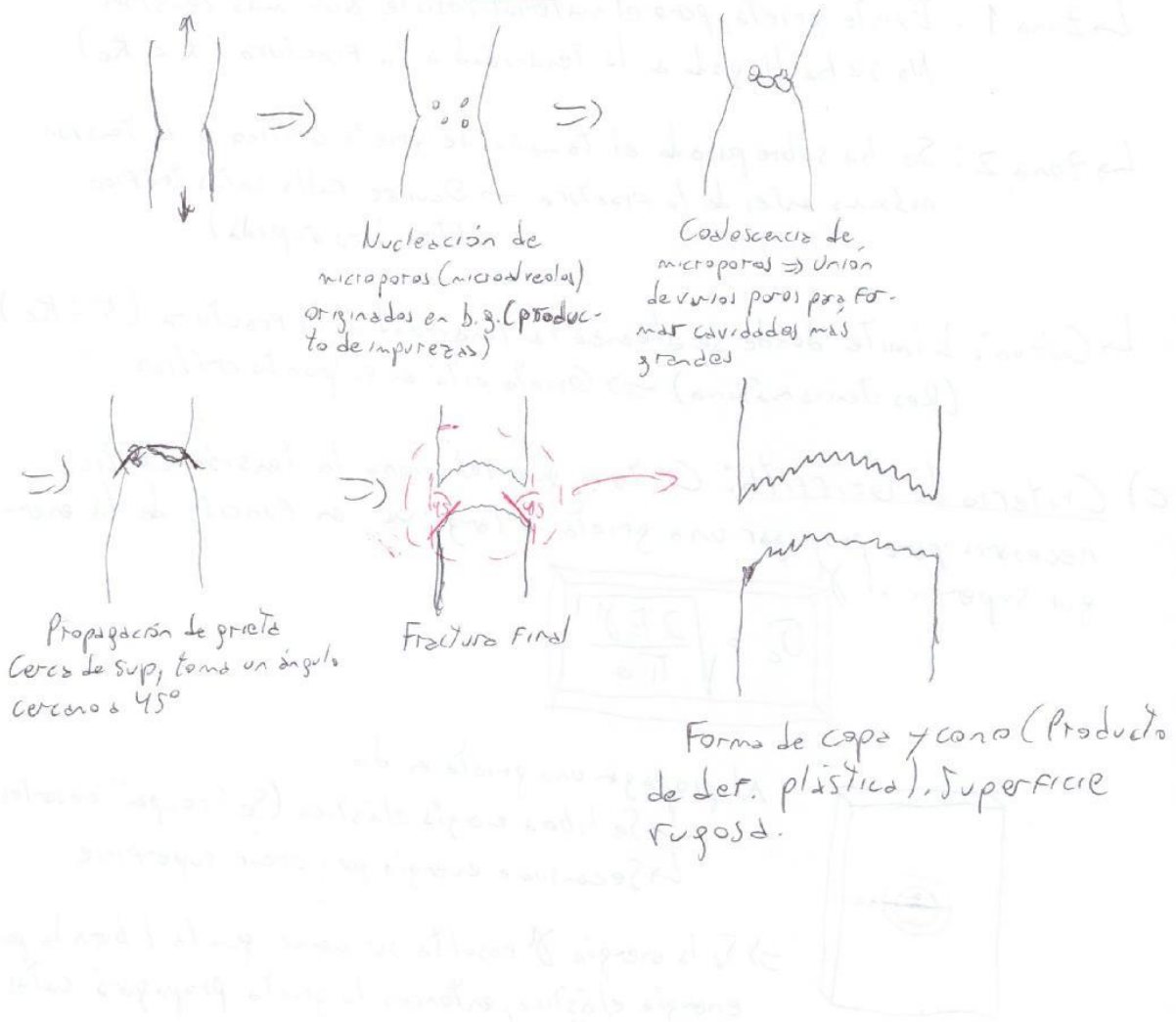
$$\epsilon_{33} = \frac{1}{200 \cdot 10^9 [\text{Pa}]} [33 - 0,27(1,11 + 1,33)] \cdot 10^6 [\text{Pa}]$$

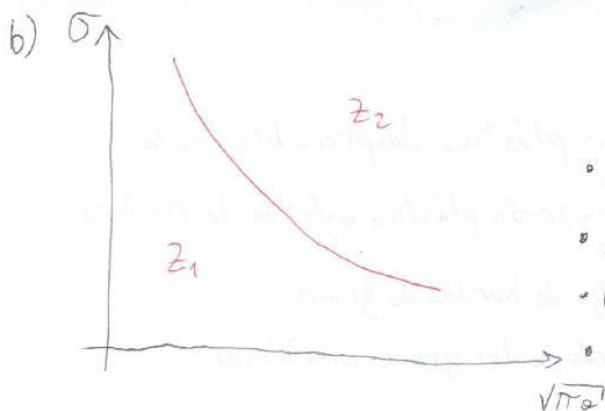
$$\epsilon_{33} = 1,51 \cdot 10^{-4} \text{ (Tracción)}$$

P3

- a) } Fractura Frágil \rightsquigarrow Deformación plástica despreciable/nula
- } Fractura dúctil \rightsquigarrow Existe deformación plástica antes de la fractura
- } Fractura Intergranular \rightsquigarrow A lo largo de bordes de grano
- } Fractura Transgranular \rightsquigarrow A través de las granos cristalinos

• Mecanismo de Fractura Dúctil \rightsquigarrow ¿Coalescencia de Microalveolos?





$$K_{IC} = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi a_c}$$

- K_{IC} : Tenacidad a la fractura en modo I
- Y : Factor de Forma
- σ : Tensión Aplicada
- a_c : Tamaño de la grieta crítica

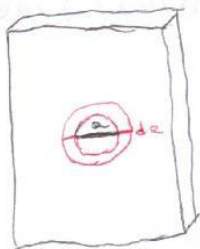
↳ Zona 1: Existe grieta, pero el material resiste aún más tensión. No se ha llegado a la tenacidad a la fractura ($K < K_c$)

↳ Zona 2: Se ha sobrepasado el tamaño de grieta crítica o la tensión máxima antes de la fractura → ocurre falla catástrofica (Fractura rápida)

↳ Curva: Límite donde se alcanza la tenacidad a la fractura ($K = K_c$) (Resistencia máxima) → Grieta está en su punto crítico.

c) Criterio de Griffith: Criterio que relaciona la tensión crítica necesaria para propagar una grieta de largo a , en función de la energía superficial γ

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma'}{\pi a}}$$



Al propagar una grieta en da

- ↳ Se libera energía elástica (Se "rompen" resortes)
- ↳ Se consume energía para crear superficie

⇒ Si la energía γ resulta ser menor que la liberada por energía elástica, entonces la grieta propagará catástroficamente.