MA1001-2 Introducción al Cálculo
Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 6

Resumen:

Identidades útiles:

- $\operatorname{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1.$
- $\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\operatorname{sen}(\beta).$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta).$
- $\cos^2(\alpha) = \dfrac{1+\cos(2\alpha)}{2}$
- $\operatorname{sen}^2(\alpha) = \dfrac{1-\cos(2\alpha)}{2}$
- $\tan^2(\alpha) + 1 = \sec^2(\alpha).$
- $\operatorname{cotan}^2(\alpha) + 1 = \operatorname{cosec}^2(\alpha).$

(**P**1) (a) Demuestre que $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})$ se cumple

$$\cos^2(\beta) - \operatorname{sen}^2(\alpha) = \cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta).$$

(b) Demuestre que si $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ son dos ángulos que satisfacen la relación:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(2\alpha)}{2\cos(\alpha)} + \frac{\operatorname{sen}(\beta)\operatorname{sen}(2\beta)}{2\cos(\beta)} = 1,$$

entonces se tiene que $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$.

(**P**2) Considere la función f definida por $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - |x|}$

(a) Encuentre dominio, ceros, paridad, signos y asíntotas de todo tipo.

(b) Estudie el crecimiento de f indicando, si corresponde, en qué intervalos la función es creciente y en cuales decreciente.

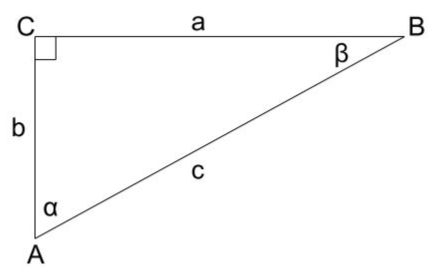
(c) Calcule $f((1,\infty))$ y pruebe que la función

$$\begin{aligned} \tilde{f} : (1,\infty) &\to f((1,\infty)) \\ x &\to \tilde{f}(x) = f(x) \end{aligned}$$

Es biyectiva y determine su inversa

(d) Bosqueje el gráfico de f

(**P**3) Demuestre que en el triángulo ABC de la figura, se verifica que $sec(2\beta) + tg(2\beta) = \dfrac{a+b}{a-b}$


C
a
B
β
b
c
α
A