MA1001-2 Introducción al Cálculo
Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 9

Resumen:

- **Definición de convergencia**: $x_n \to l \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} x_n = l \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})$ tal que $|x_n - l| < \varepsilon$.
- (x_n) se dice **nula** si $x_n \to 0$.
- (x_n) se dice **acotada** si $(\exists M > 0)(\forall n \in \mathbb{N})\ |x_n| \leq M$.
- Propiedades útiles:
  1. (x_n) es nula ssi $(|x_n|)$ es nula.
  2. Si (x_n) es nula y $(\exists n_0 \in \mathbb{N})$ tal que $|y_n| \leq x_n$ $(\forall n \geq n_0)$, entonces (y_n) es nula.
  3. Si (x_n) es nula y (y_n) es acotada entonces $(x_n \cdot y_n)$ es nula.

(**P**1) Demuestre utilizando definición de convergencia que:

(I) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{\dfrac{1}{n} + 1} = 1$

(II) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+3}{3n-1} = \dfrac{2}{3}$

(III) La sucesión (x_n) con $x_n = n^2 + 1$ diverge.

(**P**2) Calcular los siguientes límites:

(I) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2+n} - n$

(II) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\dfrac{1}{k+n}\right)^2$

(III) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!}{n^n}$

(IV) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n+1}{n^2 3^{n+1}}$

(**P**3) Sea (a_n) una sucesión tal que existe $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot a_n$. Demuestre que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.
Indicación: Probar que si $x_n \to l$ y se tiene $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que $f(n) \geq n$, entonces $x_{f(n)} \to l$.