¿Cómo demuestro que $x \in A$?

HAY que ver que X esté en A

ej: $\underbrace{\{a,\emptyset\}}_{} \in \{a, \underbrace{\{a,\emptyset\}}_{}\}$ (pertenece)

ej: $\{a,b\} \notin \{a,b,c\}$ (no pertenece)

¿Cómo demuestro que $A \subseteq B$?

HAY que ver que **TODOS** los elementos de A están en B

ej: $\{a,\emptyset\} \not\subseteq \{a,\{a,\emptyset\}\}$ pues

"$\emptyset$" $\notin \{a,\{a,\emptyset\}\}$

ej: $\{a,b\} \subseteq \{a,b,c\}$

¿Cómo demuestro que $A=B$?

HAY que ver que $A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

ej: $\{a,b\} \neq \{a,b,c\}$ pues si bien

$\{a,b\} \subseteq \{a,b,c\}$; No $\{a,b,c\} \subseteq \{a,b\}$

Ej de demostración: $\longrightarrow$

Si $A \subseteq B \wedge C \subseteq D$

PDQ) $A \cup C \subseteq B \cup D$

HAY que ver que TODOS los elementos de "$A \cup C$" estén en "$B \cup D$"

¿Quienes están en "$A \cup C$"?

$x \in A \cup C \longleftrightarrow x \in A \vee x \in C$

(x pertenece a $A \cup C$, si y solo si, x pertenece a A ó x pertenece a C)

como $A \subseteq B$ si $x \in A \Rightarrow x \in B$

(como todos los elementos de A están en B, si x pertenece a A entonces x pertenece a B)

igualmente $C \subseteq D$ si $x \in C \Rightarrow x \in D$

(mismo argumento)

$x \in A \vee x \in C \Rightarrow x \in B \vee x \in D \rightarrow x \in B \cup D$

luego como x era un elemento CUALQUIER

Asumo que se cumple para todos los elementos de $A \cup C$ ó sea

$\boxed{A \cup C \subseteq B \cup D}$ ∎

ej de aplicación de conjuntos:

si $A \in B \wedge B \subseteq C \Rightarrow$ ¿$A \in C$?
veamos si $A \in B$ entonces "A"
COMO CONJUNTO está en B
no los elementos de A. y si $B \subseteq C$
todos los elementos de B están en C
en particular A o sea $A \in C$ //
¿$A \subseteq C$? NO! pues los elementos
de A no necesariamente están en B
por lo que no puedo asegurar que
estén en C.

cosas útiles para la prueba

- $x \in A \cup B \leftrightarrow x \in A \vee x \in B$
- $x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$
- $A \cup \phi = A$
- $\phi \subseteq A \quad (\forall A)$
- $A \cap \phi = \phi$
- $x \in A^c \leftrightarrow x \notin A$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c$
- $(A^c \cup B^c) = (A \cap B)^c$

- $x \in A \setminus B \longleftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$
- $x \in A \Delta B \longleftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)$

ej de demostracion:

PDQ) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Ej) Como es igualdad de conjuntos

Hay que demostrar que:

$A \Delta B \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ y que

$(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq A \Delta B$ (HOJA APARTE)

~~$\subseteq$) Si $x \in A \Delta B$~~

~~$(x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)$~~

~~estas son proposiciones lógicas~~

~~llamemos: $x \in A = p$, $x \notin B = \sim q$; $x \notin A = \sim p$; $x \in B = q$~~

~~$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p) \wedge (p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)$~~

~~$\leftrightarrow (\sim q \vee \sim p) \wedge (p \vee q) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)$~~

~~sea: $(x \in A \vee x \in B) \wedge x \notin A$~~

$\subseteq$) tomemos un X cualquiera $\in A \triangle B$

si $X \in A \triangle B \leftrightarrow (\underbrace{X \in A}_{p} \wedge \underbrace{X \notin B}_{\sim q}) \vee (\underbrace{X \notin A}_{\sim p} \wedge \underbrace{X \in B}_{q})$

$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee q)$

pero $(p \vee \sim p) \leftrightarrow (\sim q \vee q) \leftrightarrow V$

además $V \wedge (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \wedge V$

$\leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim (q \wedge p)$

traduciéndolo:

$(X \in A \vee X \in B) \wedge \sim (X \in A \wedge X \in B)$

$(X \in (A \vee B)) \wedge X \notin (A \wedge B)$

$X \in A \cup B \wedge X \notin A \cap B$ que significa

$\boxed{X \in A \cup B \setminus A \cap B}$ pues X era cualquier

ó sea $A \triangle B \subseteq A \cup B \setminus A \cap B$

$\supseteq$) EN ESTE CASO LA DEMOSTRACIÓN es la misma pero en reversa.