

MA1101-7 Introducción al Álgebra**Profesor:** Maya Stein.**Auxiliar:** Juan Pedro Ross.**Fecha:** Viernes 6 de Mayo.

Auxiliar Extra: Control 4

P1. Calcule, sin usar inducción:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \frac{8^{k+1}}{3^i}$$

P2. Calcule:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{k^2} \frac{n + k^2}{(n + j - 1)(n + j)}$$

P3. Un insecto debe cubrir, saltando, la distancia de 0 a 1 avanzando de izquierda a derecha. En cada punto que se encuentre, puede elegir saltar hasta 1 (y completar el recorrido) o avanzar la mitad del tramo restante. Pruebe que la colección de recorridos (secuencias de pasos) por los que puede optar el insecto es numerable.

P4. Considere el conjunto $A \neq \emptyset$. Se define $\mathcal{F} = \{f : \{1, 2, 3\} \rightarrow A \mid f \text{ en función}\}$.

(a) Demuestre que $|\mathcal{F}| = |A^3|$.

Indicación: Para $f \in \mathcal{F}$ considere la tupla $(f(1), f(2), f(3))$.

(b) Demuestre que si A es numerable entonces $\mathcal{F}$ también lo es.

P5. [Propuesto] Demuestre que el conjunto de todos los triángulos cuyos vértices son elementos de $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ es numerable.