



Control 5

P1. Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo. Un subconjunto $I \subseteq A$ se dirá **Ideal** de A si y sólo si:

- i) $(I, +)$ es subgrupo de $(A, +)$.
 - ii) $(\forall a \in A)(\forall b \in I) a \cdot b \in I \wedge b \cdot a \in I$.
-
- a) (4,0 ptos.) Sea $F : (A, +, \cdot) \rightarrow (B, \oplus, \odot)$ un morfismo de anillos. Demuestre que la preimagen $F^{-1}(\{0_B\})$ es un Ideal de A , donde $0_B \in B$ es el neutro para \oplus en B .
 - b) Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo con unidad $1 \in A$, e I un ideal de A .
 - b.1) (1,0 ptos.) Demuestre que si $1 \in I$, entonces $I = A$.
 - b.2) (1,0 ptos.) Demuestre que si $\exists x \in I$ invertible para \cdot en A , entonces $I = A$.

P2. Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo conmutativo.

- a) (3,0 ptos.) Si $a \in A$ es un divisor de cero y $b \in A$ cualquiera, demuestre que si $a \cdot b \neq 0$, entonces $a \cdot b$ es un divisor de cero.
- b) (3,0 ptos.) Demuestre que si el producto de dos elementos de A es un divisor de cero, entonces al menos uno de ellos es un divisor de cero.

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15