

MA1101-5 Introducción al Álgebra**Profesores:** Maya Stein**Auxiliares:** Juan Pedro Ross**Fecha:** Jueves 18 de Agosto

Auxiliar Examen

La última :'(

P1. Sea $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ Calcule:

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{(3 + (-1)^k)^k}$$

P2. Considere los conjuntos $S_1 = \{3k : k \in \mathbb{Z}\}$ y $S_2 = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$. ¿Son grupos $(S_1, +)$ y $(S_2, +)$? ¿Qué hay sobre $(S_1 \cup S_2, +)$?**P3.** Considere el polinomio $p(x) = x^4 + 2$. Determine las raíces de p y escriba su factorización tanto en $\mathbb{R}[x]$ como en $\mathbb{C}[x]$.**P4.** Considere los polinomios $q(x) = x^2 + x + 1$ y $p(x) = x^{3n_1} + x^{3n_2+1} + x^{3n_3+2}$ donde $n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}$. Demuestre que $p(x)$ es divisible por $q(x)$ cualquiera sean los valores de n_1, n_2, n_3 .**P5.** Si

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{n^2 + 5n}{3}$$

Determinar a_n .**P6.** Para $z \in \mathbb{C}, z \neq 0$, demuestre que:

$$\left(z + \frac{1}{z}\right) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \operatorname{Im}(z) = 0 \vee |z| = 1.$$

P7. Sea $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ con $f(z) = \bar{z}$. Demuestre que f es un isomorfismo entre $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ y $(\mathbb{C}, +, \cdot)$.