b)

Sea n la cantidad de botellas por extraer. Definimos la variable

X^n : "cantidad de botellas en buen estado al sacar n botellas"

$$\rightarrow \quad X^n \sim Bin(n; 0,3)$$

Queremos el menor n tal que

$$\mathbb{P}(X^n = 0) \leq 0,05$$

$$\Leftrightarrow \quad \binom{n}{0} 0,3^0 \cdot 0,7^n \leq 0,05$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,7^n \leq 0,05 \qquad / \log \text{ es creciente.}$$

$$\Leftrightarrow \quad n \underbrace{\log(0,7)}_{<0} \leq \log(0,05)$$

$$\Leftrightarrow \quad n \geq \frac{\log(0,05)}{\log(0,7)} = a$$

Así, n tiene que ser el cajón superior de a, esto es

$$n = \left\lceil \frac{\log(0,05)}{\log(0,7)} \right\rceil$$

c)

Si la caja costó 50.000 y puede vender por 30.000 las botellas buenas y a 3.000 las malas.

Sabemos que por "a" botellas buenas, gana $30000a + 3000(9-a)$

Así, dado $X \sim Bin(9; 0,3)$

y
$$f(X) = 30000X + 3000(9-X)$$
$$= 27000 + 27000X$$

lo que nos piden es:

$$\mathbb{E}(f(X)) = \sum_{x=1}^{9} f(x)\,\mathbb{P}(X=x)$$

$$= \sum_{x=1}^{9} 27000(1+x)\binom{9}{x} 0,3^x \cdot 0,7^{9-x}$$

$$= 27000 \sum_{x=1}^{9} \binom{9}{x} 0,3^x\, 0,7^{9-x}$$
$$+ 27000 \sum_{x=1}^{9} x\binom{9}{x} 0,3^x\, 0,7^{9-x}$$

$$= 27000 \cdot \sum_{x=1}^{9} \mathbb{P}(X=x)$$
$$+ 27000\ \mathbb{E}(X)$$

$$= 27000 + 27000 \cdot 9 \cdot 0,3$$

$$= 27000 + 72900 = 99900$$

∴ lo que se espera ganar es $99900 - 50000 = 49000$

Control 1

P3)

Cada botella tiene 0,7 de probabilidad de estar en mal estado.

a) La caja tiene 9 botellas.

Notamos que la variable

X = "cantidad de botellas en buen estado"

es una binomial (9; 0,3)

Luego nos preguntan por

$$\mathbb{P}(X \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 1)$$
$$= 1 - \mathbb{P}(X = 1) - \mathbb{P}(X = 0)$$
$$= 1 - \binom{9}{1} 0{,}3^1 \, 0{,}7^8 - \binom{9}{0} 0{,}3^0 \, 0{,}7^9$$
$$= 1 - 9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^8 - 0{,}7^9$$
$$= 1 - (2{,}7 + 0{,}7) \cdot 0{,}7^8$$
$$= 1 - 3{,}4 \cdot 0{,}7^8$$