

Guía de Ejercicios de Probabilidades y Estadística

Pablo Barceló
DCC, Universidad de Chile

1. Asuma que la probabilidad de que salga cara al lanzar una moneda es de 0,4.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar la moneda seis veces salgan 4 caras?
 - b) Sea X una variable aleatoria que cuenta el número de caras al lanzar la moneda 10 veces. ¿Cuánto valen $E(X)$ y $Var(X)$?
2. Suponga que el 60 % de las personas que compran una cierta cámara digital le incluyen una tarjeta de memoria extra, 40 % incluye una batería extra, y 30 % incluye ambas. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente compre una memoria extra si sabemos que compró una batería extra?
3. Solo 1 de cada 1000 adultos tienen una cierta rara enfermedad. El test para esta enfermedad reconoce en un 99 % de los casos la enfermedad si la persona realmente la tiene. Por otro lado, una persona que no tiene la enfermedad tiene un 2 % de probabilidades de dar positivo en el test. Use el Teorema de Bayes para responder la siguiente pregunta: Si una persona es testeada y da resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que realmente tenga la enfermedad? ¿Qué puede concluir sobre esto?
4. Hemos testeado el punto de ebullición de 16 muestras de aceite vegetal de una cierta marca, entregándonos como resultado un promedio $\bar{x} = 94,32$. Asuma que la distribución de tal punto de ebullición es normal con desviación $\sigma = 1,2$.
 - a) Realice el test de nivel $\alpha = 0,1$ para $H_0 : \mu = 95$ vs $H_a : \mu \neq 95$. ¿Qué puede concluir?
 - b) ¿Cuánto vale $\beta(94)$, es decir, la probabilidad del error de tipo II si la media de la distribución es 94?
 - c) ¿Qué valor de n es necesario para asegurar que $\beta(94) = 0,1$?
5. La realización de cirugías en caballos requiere de productos anestésicos que no inhabiliten al caballo por demasiado tiempo. Se le administró un anestésico basado en la ketamina a 73 caballos, obteniéndose un tiempo de recuperación promedio de 18,86 minutos y una desviación en la muestra de 8,6 minutos. ¿Es posible concluir entonces a nivel $\alpha = 0,1$ que el período de recuperación de los caballos con este anestésico es a lo más de 20 minutos?
6. Se intenta medir el máximo peso que puede acarrear un trabajador en términos de una frecuencia de cuatro acarrees por minuto. Suponga que este peso distribuye normal en la población de trabajadores capacitados. Hemos obtenido una muestra de cinco tales trabajadores, los que reportan como peso máximo a acarrear los siguientes valores medidos en kgs:

25,8 36,6 26,3 21,8 27,2

¿Sugieren estos valores que la media de la población supera los 25 kgs? Analice esto a nivel $\alpha = 0,05$.

7. Un productor de aspirinas llena sus frascos por peso en vez de por conteo. Dado que cada frasco debiera contener 100 aspirinas, el peso promedio de cada aspirina debiera ser de 5 gramos. Se toman 100 aspirinas al azar desde un gran contenedor y se pesan. El peso promedio de la muestra es de 4,87 gramos y la desviación de la muestra es de 0,35 gramos. ¿Cuál es el valor- p de la muestra? ¿Qué nos dice tal valor- p acerca de un reclamo de un cliente que dice que la empresa no está llenando sus botellas con la cantidad de aspirinas que debiera? Considere tests de nivel $\alpha = 0,1$ y $\alpha = 0,05$.

8. Se sabe que el tiempo que toma el ibuprofeno en hacer efecto es de aproximadamente 10 minutos. Se ha desarrollado un nuevo producto antiinflamatorio para el cual se afirma que la respuesta es más rápida que la del ibuprofeno. Se toma una muestra de este tiempo sobre 50 pacientes, lo que reporta un tiempo promedio de respuesta de 9,76 minutos y una desviación en la muestra de 1,2 minutos. ¿Cuál es el menor nivel al cuál la hipótesis nula en el test $H_0 : \mu = 10$ vs $H_a : \mu < 10$ para el nuevo medicamento será rechazada?