

MA2002-1 Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Profesor: Gino Montecinos G.

Auxiliares: Vicente Ocqueteau C., Sebastián Urzúa B.



Auxiliar 12

29 de Noviembre de 2016

P1. Para $a > 1$ y $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, calcule las integrales

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(n\theta)}{a - \cos(\theta)} d\theta, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(n\theta)}{a - \cos(\theta)} d\theta$$

P2. Calcule las siguientes integrales:

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 4)} dx$$

b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2(x)}{x^2 + 1} dx$$

c)

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=r} \operatorname{sen} \left(\frac{1}{z} \right) dz$$

P3. Suponga que se satisfacen las siguientes condiciones:

(I) Las funciones f y g son holomorfas en una región que contiene a $D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Im}(z) < b\}$ y estas funciones son tales que las únicas singularidades en D de la función $z \mapsto f(z)g(z)$ son a_1, a_2, \dots, a_n .

(II) $f(z) = f(z + ib)$, para $b > 0$

(III) $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z)g(z) = 0$

Pruebe que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)(g(x) - g(x + ib)) dx = 2\pi i \sum_{k=1}^n \operatorname{Res}(f \cdot g, a_k)$$