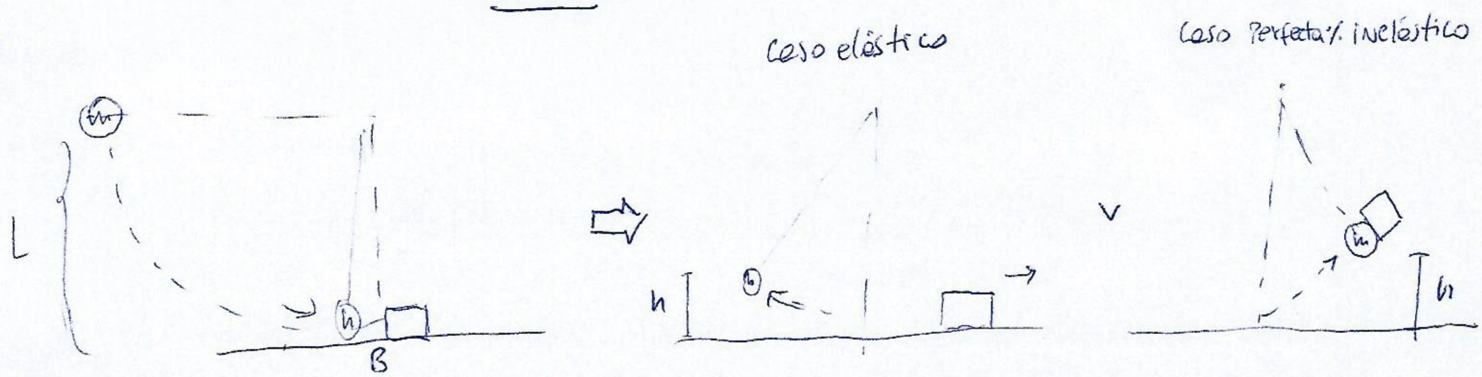
Aux#10

P4



Primero obtengamos la velocidad con la que llega m a B:

$$\left.\begin{aligned} E_i &= mgL \\ E_f &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}\right\} \quad E_f = E_i \iff mgL = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gL}}$$

Queremos que en cualquiera de los dos caso (elástico o inelástico), m alcance la misma altura. Sea h dicha altura, veamos los casos:

Caso elástico

Se cumple que $\Delta P = 0 \wedge \Delta E_k = 0$:

$$\cdot\ \Delta P = 0 \iff \left.\begin{aligned} P_i &= mv \\ P_f &= -mv_1 + m_b v_2 \end{aligned}\right\} \iff mv = -mv_1 + m_b v_2 \qquad (1)$$

$$\cdot\ \Delta E_k = 0 \iff \left.\begin{aligned} E_i^k &= \frac{1}{2}mv^2 \\ E_f^k &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}m_b v_2^2 \end{aligned}\right\} \iff mv^2 = mv_1^2 + m_b v_2^2 \qquad (2)$$

Y después del choque se conserva la energía mecánica:

$$\cdot\ \Delta E = 0 \iff \left.\begin{aligned} E_i &= \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_f &= mgh \end{aligned}\right\} \iff v_1^2 = 2gh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} \qquad (3)$$

caso inelástico

se cumple que $\Delta P = 0$

- $\Delta P = 0 \iff \left.\begin{array}{l} P_i = mv \\ P_f = (m+m_b)v_3 \end{array}\right\} \iff mv = (m+m_b)v_3 \quad (4)$

y al igual que en el caso elástico, la energía mecánica se conserva después del choque

- $\Delta E = 0 \iff \left.\begin{array}{l} E_i = \frac{1}{2}(m+m_b)v_3^2 \\ E_f = (m+m_b)gh \end{array}\right\} \iff v_3^2 = 2gh \iff v_3 = \sqrt{2gh} \quad (5)$

reuniendo todos las ecuaciones, obtenemos un sistema de ecuaciones de 5x5

$$\boxed{\begin{array}{ll} (1) & mv = -mv_1 + m_b v_2 \\ (2) & mv^2 = mv_1^2 + m_b v_2^2 \\ (3) & v_1 = \sqrt{2gh} \\ (4) & mv = (m+m_b)v_3 \\ (5) & v_3 = \sqrt{2gh} \end{array}}$$

de (3) y (5) $\iff v_1 = v_3$

de (4) $\iff v_1 = v_3 = \dfrac{mv}{m+m_b}$ $\quad (*)$

de (1) $v_2 = \dfrac{m(v+v_1)}{m_b}$, $\quad (**)$

reemplazando $(*)$ en $(**)$:

$$\rightarrow v_2 = \frac{m}{m_b}\left(v + \frac{mv}{m+m_b}\right) = \frac{m}{m_b}v\left(\frac{m+m_b+m}{m+m_b}\right) = \frac{m}{m_b}v\left(\frac{2m+m_b}{m+m_b}\right) \quad (***)$$

- reemplazando $(*)$ y $(***)$ en (2):

$$\cancel{m}\cancel{v^2} = m \cdot \frac{m^{\cancel{2}}\cancel{v^2}}{(m+m_b)^2} + \cancel{m_b} \cdot \frac{m^{\cancel{2}}}{m_b^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{v^2}\, \frac{(2m+m_b)^2}{(m+m_b)^2}$$

[...]

$$\Leftrightarrow \quad 1 = \frac{m^2}{(m+m_b)^2} + \frac{m(2m+m_b)^2}{(m+m_b)^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad m_b(m+m_b)^2 = m_b m^2 + m(2m+m_b)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \cancel{m_b m^2} + 2m m_b^2 + m_b^3 = \cancel{m_b m^2} + m(4m^2 + 4m m_b + m_b^2)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2m m_b^2 + m_b^3 = 4m^3 + 4m^2 m_b + m m_b$$

$$\Leftrightarrow \quad m m_b^2 + m_b^3 = 4m^3 + 4m^2 m_b$$

$$\Leftrightarrow \quad m_b^2 \cancel{(m+m_b)} = 4m^2 \cancel{(m+m_b)}$$

$$\Leftrightarrow \quad m_b^2 = 4m^2 \quad / \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{m_b = 2m}$$

masa m_b debe ser el doble de m para que tanto en el choque elástico como en el inelástico, llegue a una misma altura después del choque.