

Auxiliar 12: La ecuación de Binet

Docente: Patricio Cordero

Profesores Auxiliares: Germán Fernández, Teresa Valdivia

29 de Mayo, 2017

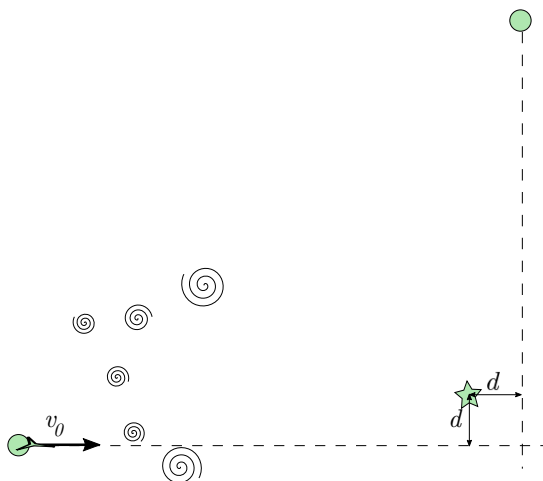
Momento Angular	$\vec{l}_0 = m \vec{r} \times \vec{v}$
Fuerzas conservativas	$\vec{F} = -\nabla U(u_1, u_2, u_3)$
Ecuación de Binet	$w'' + w = K$
Solución planetaria	$w(\phi) = A \cos \phi + \frac{GMm^2}{l^2}$
Ecuación matemática de la órbita	$r(\phi) = \frac{\mathfrak{R}}{1 + e \cos \phi}$
$\mathfrak{R} = \frac{l^2}{GMm^2}$	$e^2 = 1 + \frac{2El^2}{(GM)^2 m^3}$
$U^* = \frac{l^2}{2mr^2} + U(r)$	$F^* = -\nabla U^*$

Cuadro 1: Formularillo ♡

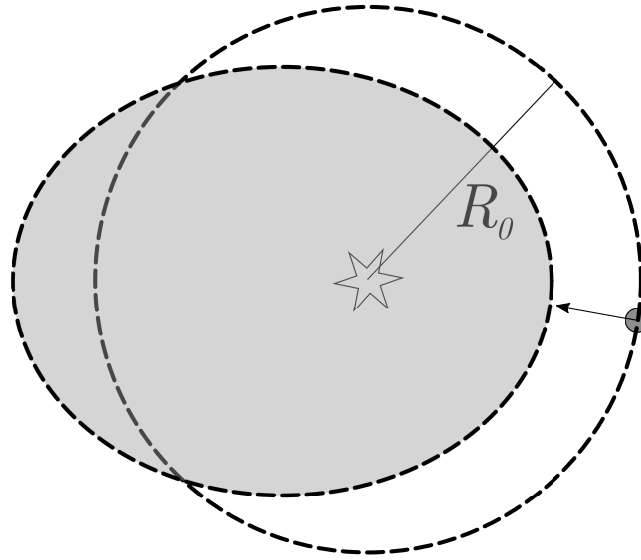
P1. En un futuro lejano, se busca enviar una nave no motorizada de masa m desde el planeta X hasta el planeta Y. Lamentablemente, no se puede lanzar la nave de manera recta dadas las condiciones astronómicas (ver figura), las cuales otorgan una única dirección de lanzamiento permitida, que pasa a una distancia d de la estrella Alpha Corderus de masa M . Debido a la complejidad del problema, la NASA se contacta con usted para que determine las características del lanzamiento adecuado. *Indicación: asuma que los planetas son tan lejanos a la estrella que, para efectos de medición de ángulos, la estrella se sitúa en el vértice recto de la figura (d se vuelve despreciable). Además, desprecie el efecto gravitatorio de los planetas sobre la nave.*

a) Determine la velocidad del lanzamiento

b) Determine la distancia mínima a la que pasará la nave a la estrella, así como la mayor fuerza central que experimentará la tripulación.



- P2.** Una civilización antigua vivía sobre el planeta Tierra. Sin embargo, este poseía una órbita circular. Con los grandes problemas ecológicos que esto traía, la civilización decidió dar una energía extra al planeta gracias a un conjunto de motores nucleares. De esta forma, se obtuvo una oscilación radial que se caracteriza por $R_{max} = R_{min} + \delta$. Determine el trabajo que realizó el conjunto de motores, asumiendo que la propulsión se realizó de forma radial. Grafique la variación de energía (bosquejo ilustrativo).



- P3.** Se tiene una barra con forma de L cuyo brazo corto tiene longitud L_0 . En su extremo externo, se encuentra empotrado un resorte de constante elástica k cuya longitud natural es L_0 , y sustenta un anillo de masa m inserto en el brazo corto de la barra. Si el sistema comienza a rotar en torno al brazo largo con rapidez angular Ω conocida, se pide:
- Encontrar una expresión para el potencial efectivo.
 - Asumiendo que $m\Omega^2 \gg k$, encuentre el punto de equilibrio y el tipo de equilibrio.
 - Asumiendo que $m\Omega^2 \ll k$, encuentre el punto de equilibrio y el tipo de equilibrio.
 - ¿Qué ocurre si $m\Omega^2 = k$? Analice la situación y determine qué sucedería frente a una pequeña perturbación en la posición $\rho = \frac{L_0}{2}$.