Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo- Semestre Otoño 2017

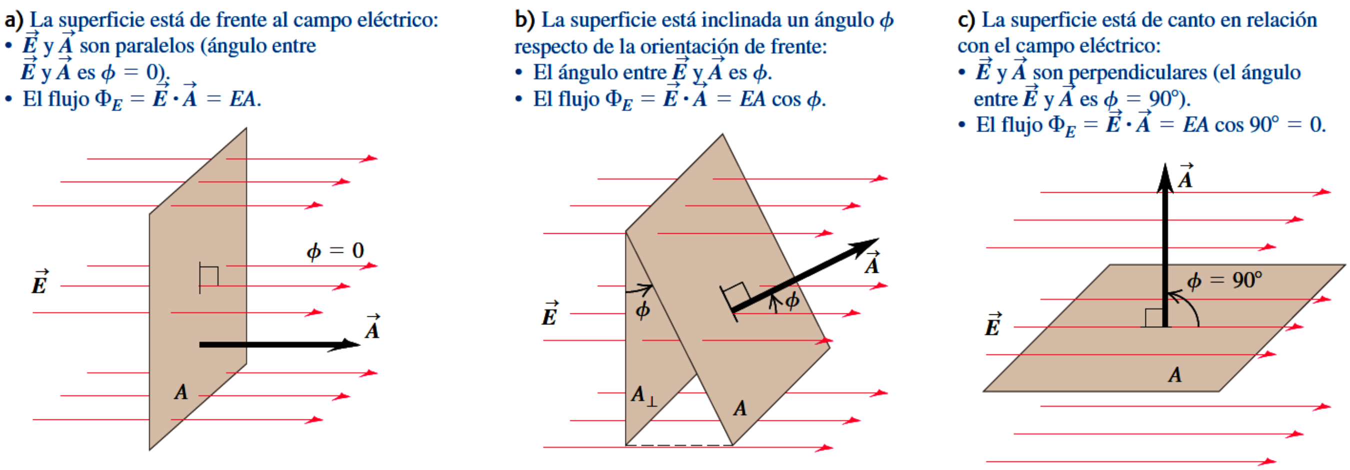
Auxiliar 2: Ley de Gauss & Teorema de la Divergencia

Profesor: Matías Montesinos
Auxiliares: Fabián Álvarez - Diland Castro
Fecha: 27 de Marzo 2017

El concepto de Flujo

Si consideramos $\vec{A} = A\hat{n}$, con $\hat{n}$ perpendicular al área. Se tendrá que el flujo eléctrico corresponde a :

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E\cos(\phi) dA \tag{1}$$

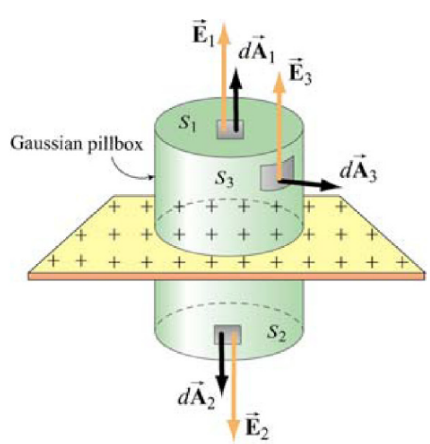


Importante

1. El flujo eléctrico es positivo si las líneas de campo eléctrico están "saliendo" a través de la superficie, y será negativo si las líneas "entran" a través de la superficie.
2. El flujo total a través de la superficie se obtiene sumando sobre todos los elementos de superficie.
3. Al aumentar las proporciones de la superficie escogida, el flujo no cambia, pero si cambia al encerrar más carga.

Ley de Gauss

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{2}$$



Teorema de la Divergencia

$$\iint_S \vec{E} \cdot \vec{n}\, dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{E}\, dV \tag{3}$$

Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo- Semestre Otoño 2017

Auxiliar 2: Ley de Gauss & Teorema de la Divergencia

Profesor: Matías Montesinos
Auxiliares: Fabián Álvarez - Diland Castro
Fecha: 27 de Marzo 2017

Algunas relaciones útiles:

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{(Ley de Gauss)} \qquad \iint_S \vec{E}\cdot\vec{n}\, dS = \iiint_V \nabla\cdot\vec{E}\, dV \quad \text{(T. Divergencia)}$$

P1. [**Teorema de la divergencia**]
Calcule el flujo del campo vectorial:

$$F(x,y,z) = (xz, -y^2, xz)$$

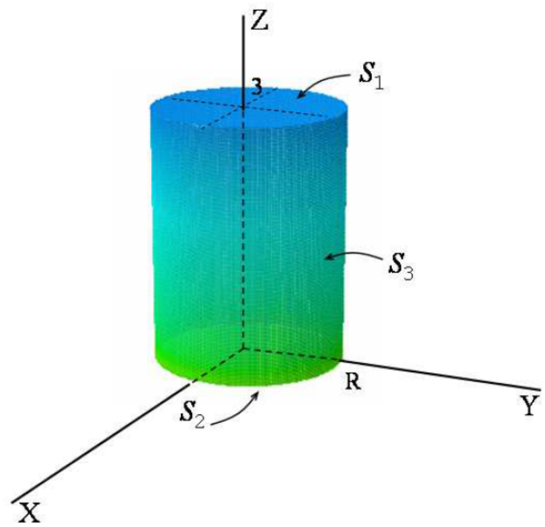
a través de la superficie cerrada que limita el cilindro:

$$x^2+y^2 \leq R^2 \qquad \text{con} \quad 0 \leq z \leq 3$$

Se pide:

(a) Encontrar el flujo utilizando el Teorema de la Divergencia

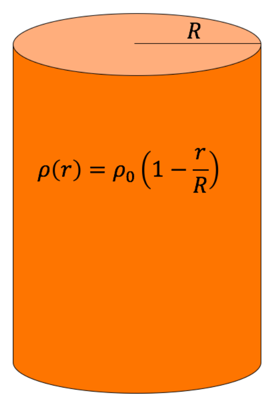
(b) [**Propuesto:**] Para dejar en evidencia la utilidad del Teorema, calcule el flujo de la manera convencional.



P2. [**Ley de Gauss**]
Se tiene un cilindro muy largo de radio R que se carga en su interior con una densidad dada por $\rho(r) = \rho_0(1-\frac{r}{R})$, ρ_0 es una constante positiva, y r corresponde a la distancia medida desde el eje del cilindro.

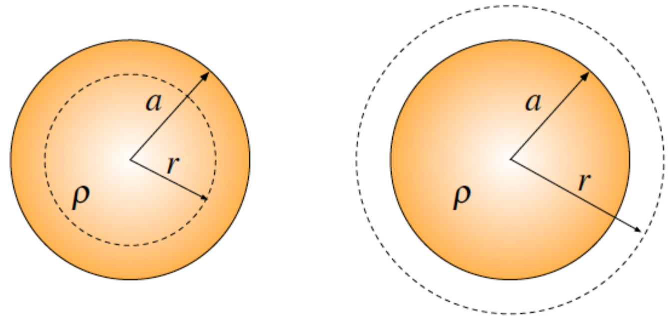
(a) Encuentre la distancia r del eje a la cual el campo eléctrico es máximo.

(b) Calcule esa magnitud máxima del campo eléctrico.



P3. [**Ley de Gauss**]

Se tiene una esfera maciza con una distribución homogénea de carga dada por $\rho(r)$(volumétrica), donde r corresponde a la distancia desde un punto al centro de la esfera y a el radio de la esfera.



$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & \text{si} \quad |r| \leq a \\ 0 & \text{si} \quad |r| > a \end{cases}$$

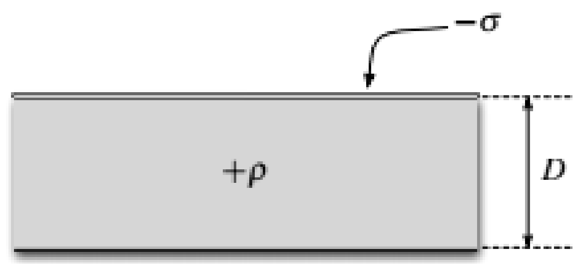
(a) Se pide calcular el campo eléctrico en todo el espacio.

P4. [**Ley de Gauss y Superposición**]

Se dispone de una placa infinita de espesor despreciable con una densidad superficial de carga $-\sigma$, constante. Bajo ella hay un bloque infinito de espesor D, con una densidad volumétrica de carga uniforme ρ.

Considere que todas las cargas están fijas.

Calcule el campo eléctrico:

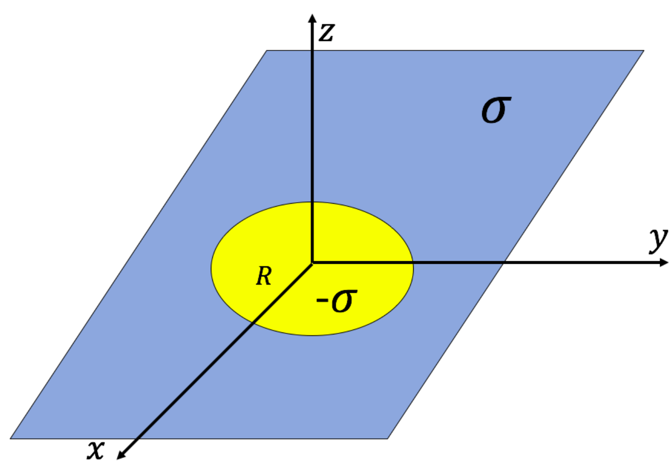


(a) Arriba de la placa infinita

(b) Dentro del bloque

P5. [**Ley de Gauss y Superposición**]

Sobre un plano indefinido tenemos dos distribuciones de carga, una densidad de carga superficial uniforme $-\sigma$ que yace sobre un disco de radio R, y otra de signo contrario σ también superficial sobre el resto del plano.



(a) Aplicando el principio de superposición, encuentre el campo eléctrico sobre el eje z.

D.C