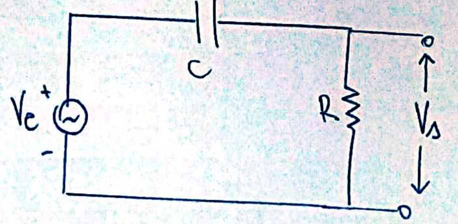
PAUTA P1 EJERCICIO 2 FI2003 OTOÑO 2017. Sergio Elizo.

(P1) Considere el filtro mostrado en la figura 1, en donde el voltaje de entrada corresponde a una fuente de voltaje alterno de tipo sinusoidal de frecuencia angular ω.



a) (1 punto) Determine la función de transferencia $T(\omega) = V_s/V_e$ en términos de R, C y ω.

Es fácil notar que $V_s = Z_R \cdot I$, pero no conocemos I. Se puede obtener al notar que es un circuito en serie $\Rightarrow I = \dfrac{V_e}{Z_{eq}}$. ¿$Z_{eq}$? Recordemos sobre fasores:

$Z_R = R$, $Z_C = \dfrac{1}{i\omega C}$ $\Rightarrow Z_{eq} = Z_R + Z_C$ $\Rightarrow I = \dfrac{V_e}{Z_R + Z_C}$ $\Rightarrow V_s = R \cdot I = \dfrac{V_e \cdot R}{R + 1/i\omega C}$

$$\Rightarrow T(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{i\omega RC}}$$ //.

b) (1 punto) Bosqueje la ganancia $|V_s/V_e|$ en función de la frecuencia angular ω e indique a qué tipo de filtro corresponde.

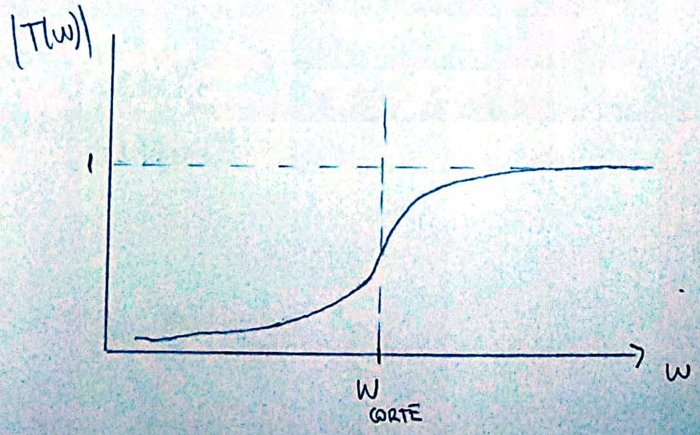
Usando el resultado de a), es necesario sacar el módulo de $T(\omega)$.

$$\Rightarrow |T(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2} \qquad \Rightarrow |T(\omega)| = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2\right]^{1/2}}$$

Si $\omega \to 0 \Rightarrow |T(\omega)| \to 0$

$\omega \to \infty \Rightarrow |T(\omega)| \to 1$

$\Rightarrow$ filtro pasa ALTO.



①

c) (1 punto) Considere que los valores de R y C son conocidos y obtenga la frecuencia angular w para la cual se cumple la condición $|V_s/V_e| = 1/3$. Compare esta frecuencia con la frecuencia de corte del filtro w^*.

$$|T(w^*)| = \frac{1}{\left(1+\left(\frac{1}{w^*RC}\right)^2\right)^{1/2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{1+\left(\frac{1}{w^*RC}\right)^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow 1+\left(\frac{1}{w^*RC}\right)^2 = 9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{w^*RC}\right)^2 = 8 \Rightarrow w^*RC = \frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow w^* = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{1}{RC}$$

→ frecuencia de corte =

$$\Rightarrow \boxed{w^* = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot w_{corte}}$$

d) (1.5 puntos) Considere $V_e = 20\cos(wt)$ [V], C = 50 [pF] y w = 200 rad/s. Calcule el valor de R para que V_s tenga un desfase de 30° con respecto a V_e.

Notar de la parte a) que $T(w) = \frac{R}{R+\frac{1}{iwC}}$, que V_e en notación fasorial se escribe como $V_e = 20\angle 0$.

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R+\frac{1}{iwC}} \Rightarrow V_s = 20\angle 0 \cdot \frac{R}{R+\frac{1}{iwC}}.$$

Se puede ver que la impedancia es lo que introduce el ángulo, por lo tanto es necesario poder lograr algo como $z_1 = a + bi$ $\quad tg\ \alpha = tg^{-1}(b/a)$.

$$\Rightarrow \frac{R}{R+\frac{1}{iwC}} = \frac{RiwC}{1+RiwC} \cdot \frac{(1-iwRC)}{(1-iwRC)} = \frac{(wRC)^2}{1+(wRC)^2} + \frac{wRC}{1+(wRC)^2} \cdot i$$

$$\Rightarrow \alpha = tg^{-1}(b/a) = tg^{-1}\left(\frac{wRC/(1+(wRC)^2)}{(wRC)^2/(1+(wRC)^2)}\right) = tg^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right)$$

Se pide imponer en ± 30°.

$\underline{+30}|$ $\quad tg^{-1}\left(\frac{1}{wRC}\right) = 30° = \pi/6 \Rightarrow \frac{1}{wRC} = 0.57$

→

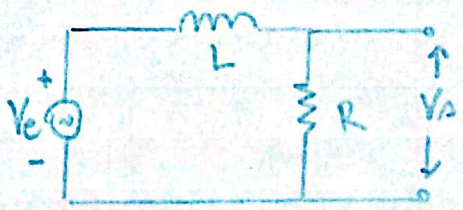
$$\frac{1}{WRC} = 0.57.$$ Reemplazando los valores del enunciado

$W = 200$ rad/s , $C = 50$ µF

$$\Rightarrow \quad R = \frac{1}{0.57 \cdot 200 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 175.439\ [\Omega]$$

Para el caso de $-30°$, resulta en una resistencia negativa, el cual es imposible,,

e) (1.5 puntos) Si se sustituye el condensador por una inductancia, ¿qué filtro es?
Bosqueje $|T(w)|$ (w).
Tenemos



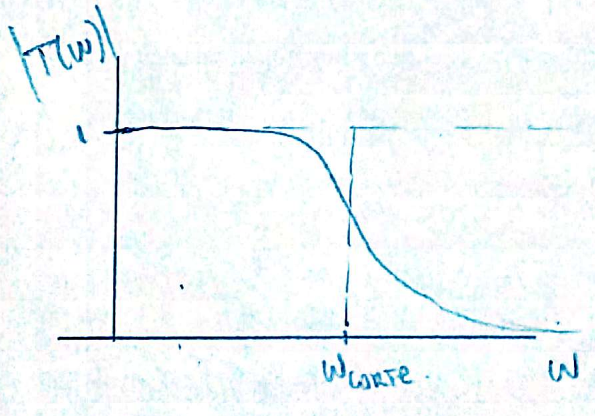
Análogo a la parte a), debemos calcular la impedancia equivalente que es

$$Z_{eq} = Z_L + Z_R = iwL + R \quad \Rightarrow \quad T(w) = \frac{R}{R + iwL} = \frac{1}{1 + iwL/R}$$

$$\Rightarrow |T(w)| = \frac{1}{\left[1 + (wL/R)^2\right]^{1/2}}$$

Si $w \to 0$, $|T(w)| \to 1$
$w \to \infty$ $|T(w)| \to 0$

$\Rightarrow$ filtro pasa BAJOS.



Scanned by CamScanner