

IN701-Microeconomía I. Semestre Otoño 2017.

Profesor: Juan Escobar, Rahmi İlkılıç. Auxiliares: Martin Castillo, Leonel Huerta.

Auxiliar 12

Definiciones y teoremas

Definición. Un juego G en forma Bayesiana corresponde a una tupla $G = \langle I, (\Theta_i)_{i \in I}, (S_i)_{i \in I}, F, (u_i)_{i \in I} \rangle$ se compone de:

- Los jugadores $i \in I = \{1, \dots, n\}$.
- Θ_i el conjunto de tipos de cada jugador.
- Las acciones $s_i \in S_i$ de cada jugador.
- $F(\theta_1, \dots, \theta_n)$ la distribución de probabilidad conjunta de los tipos de cada jugador, la cual es de conocimiento común.
- Los pagos $u_i : \Theta \times S \rightarrow \mathbb{R}$ que recibe cada jugador, según los tipos y las estrategias que se realizaron.

Definición. Una estrategia Bayesiana del jugador i es una función que a cada posible tipo del jugador i le asocia una acción,

$$\begin{aligned} \sigma_i &: \Theta_i \rightarrow S_i, \\ \theta_i &\rightarrow \sigma_i(\theta_i). \end{aligned}$$

Definición. Un Equilibrio Bayesiano (EB) corresponde a un perfil de estrategias Bayesianas $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ tal que para todo $i \in I$ y para todo $\theta_i \in \Theta_i$,

$$\sigma_i(\theta_i) \in \arg \max_{s_i \in S_i} \mathbb{E}[u(s_i, \sigma_{-i}(\theta_{-i}), \theta_i, \theta_{-i}) | \theta_i].$$

Problemas

1. Considere n individuos que desean que se provéa un bien público que valoran en 1. El bien se provee sólo si al menos una persona contribuye. El costo de contribuir del jugador i es c_i (información privada) la cual se distribuye uniforme $[0, 1]$ e independiente de c_{-i} .
 - a) Escriba el juego en forma Bayesiana.
 - b) Muestre que en un EB del juego las estrategias deben ser del tipo 'cut-off'.
 - c) Encuentre un EB simétrico del juego. ¿Que pasa cuando $n \rightarrow \infty$?
2. Considere un continuo de empresarios indexados por $[0, 1]$ que deben decidir si invertir o no. Si un empresario decide invertir recibe una utilidad de $\theta - 1 + l$ en donde θ es una variable que captura la 'salud' de la economía y l corresponde a la fracción de empresarios que está invirtiendo, y si decide no invertir recibe utilidad 0.
 - a) Encontrar todos los ENEM simétricos.

Suponer ahora que los empresarios no observan θ sino que cada uno recibe un señal privada $\theta_i \sim U(\theta - \varepsilon, \theta + \varepsilon)$, con $\varepsilon > 0$. Las señales privadas son independientes entre sí.

- b) Escriba el juego en forma Bayesiana.
- c) Encuentre un EB simétrico del juego.
- d) ¿Que sucede cuando $\varepsilon \rightarrow 0$?

Suponer ahora que la información privada de cada empresario es $\theta_i \sim U(\theta - \varepsilon_1, \theta + \varepsilon_2)$, con $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ (independientes). En donde la asimetría del ruido se interpreta como un sesgo de la opinión pública.

- e) Escriba el juego en forma Bayesiana.
- f) Encuentre un EB simétrico del juego y compárelo con el de la parte c).