

MA1101-5 Introducción al Álgebra

Profesor: Mauricio Telias H.

Auxiliar: Arturo Merino F.



Actividad Extra 2

21 de abril del 2017

P1. a) Sea U conjunto universo. Sean además A, B, C subconjuntos de U tales que $(A \cap C) \subseteq (B \cap C)$ y $(A \cap C^c) \subseteq (B \cap C^c)$. Demuestre que $A \subseteq B$.

b) Sean A, B, C subconjuntos de un mismo universo U . Demuestre que:

$$(A \Delta B) \cup (B \Delta C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C).$$

c) Sea $A \subseteq U$, $A \neq \emptyset$ fijo. Se define $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(U)$ por

$$X \in \mathcal{F}_A \Leftrightarrow (X \subseteq U \wedge X \cap A \neq \emptyset).$$

Demuestre que, dado $B \subseteq U$:

(i) $U \in \mathcal{F}_A$, $A \in \mathcal{F}_A$.

(ii) Si $A \setminus B \neq \emptyset$, entonces $B^c \in \mathcal{F}_A$.

(iii) Si $B \in \mathcal{F}_A$ y $C \subseteq U$, entonces $(B \cup C) \in \mathcal{F}_A$.

P2. Sean $a, b \in \mathbb{N}$ dos números naturales tal que $a < b$. Definimos los conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} : a \leq n \wedge n \leq b\}$$

$$B = \{(x, y) \in A \times A : x \leq y\}$$

y la función $f : \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\} \rightarrow B$ dada por $f(X) = (\text{mín } X, \text{máx } X)$, donde $\text{mín } X$ y $\text{máx } X$ son los elementos mínimo y máximo respectivamente del conjunto X .

a) Demuestre que f es sobreyectiva.

b) Demuestre que si $b \geq a + 2$ entonces f no es inyectiva.