Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar 6 - Variable Aleatoria Continua

Profesor: Vicente Acuña
Auxiliares: Diego Fuentealba Z [dieego.fz@gmail.com]
Cristóbal Parraguez C [cristobal.parraguez@gmail.com]

P1. sea X una v.a con una función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

(a) Encuentre el valor de c
(b) Calcule la esperanza y la varianza
(c) Calcule la $P(X \geq \frac{1}{2})$
(d) Ahora considere es $cx^2(1-x)$ y x definida entre $0y1$

Solución:

(a) Para encontrar el valor de c, tal que se cumpla que la integral de como resultado 1 (la probabilidad acomulada total) $\int_{-\infty}^{\infty} f_x = \int_{-\infty}^{-1} f_x + \int_{-1}^{1} f_x + \int_{1}^{\infty} f_x = 0 + \int_{-1}^{1} f_x + 0 = \int_{-1}^{1} cx^2 =$ c$(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}) =$ c$\frac{2}{3}$= $1 \rightarrow c = \frac{3}{2}$

(b) E(f$_x$) $= \int_{-\infty}^{\infty} xf_x = \int_{-\infty}^{-1} xf_x + \int_{-1}^{1} xf_x + \int_{1}^{\infty} xf_x = 0 + \int_{-1}^{1} xf_x + 0 = \int_{-1}^{1} cx^3 =$ c$(\frac{1}{4}$ - $\frac{1}{4}) = 0$
E(x^2) $= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x = \int_{-\infty}^{-1} x^2 f_x + \int_{-1}^{1} x^2 f_x + \int_{1}^{\infty} x^2 f_x = 0 + \int_{-1}^{1} x^2 f_x + 0 = \int_{-1}^{1} cx^4 =$ c$(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}) =$ $\frac{2}{3}\ \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ V(x) = E(x^2) $+ E(x)^2 = E(x^2) = \frac{3}{5}$

(c) P(x$\geq \frac{1}{2}$) $= \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} f_x = \int_{\frac{1}{2}}^{1} f_x + \int_{1}^{\infty} f_x = \int_{\frac{1}{2}}^{1} f_x + 0 = \frac{3}{2} \int_{\frac{1}{2}}^{1} x^2 = \frac{7}{16}$

(d) El proceso es el mismo, solo colocaré los resultados. C = 12. E(x) = $\frac{3}{5}$. E(x^2) = $\frac{2}{5}.V(x) = \frac{1}{25}$.

P2. Sea X una v.a normal, demuestre que su esperanza es igual a la media

Solución:

f(x) $= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$ cambio de variable $y = x - \mu$ con lo que $f(x) = f_y(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(y)^2/2\sigma^2}$

E(f(x)) = E(f$_y(y)$) $= \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y)y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(y)^2/2\sigma^2} = 0 \rightarrow y = 0 = x - \mu \rightarrow x = \mu$

P3. Suponga que la duración de un instrumento electrónico de marca A tiene distribuci on N(40, 36) y la duración de un instrumento electrónico de marca B tienen distribución N(45, 9). Suponga que la duración de los instrumentos son independientes.

(a) Si usted puede comprar uno sólo. ¿Cuál debe preferir para usarlo por un periodo de 48 horas?

(b) Si usted puede comprar 2 instrumentos ¿Que combinación compraría si necesita usarlo por 90 horas?

(c) Si usted puede comprar sólo 1, pero pretende usarlo con otro dispositivo que aumenta al doble la duración del instrumento. ¿Cuál debo comprar para usarlo por 90 horas?

Solución:

Esta pregunta es la p3 del control 2 de acuña 2014, está con pauta en la nube y los resultados estan truncados en el tercer decimal. Lo intenté hacer, pero latex se complicó jeje y me queda más feo que la pauta de la nube, por ahora es lo mejor que hay.