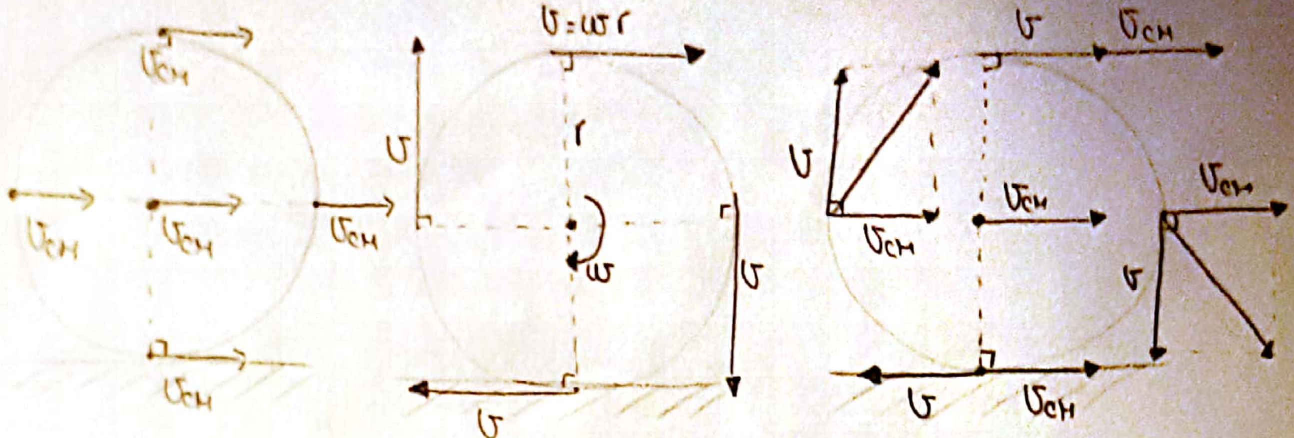
Resumen 4D

Manuel Torres V

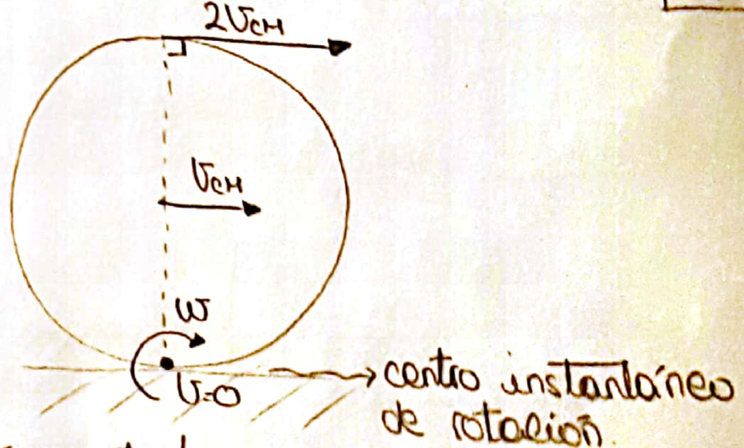
Movimiento de rodamiento puro:

Por principio de superposición se descompone en:

Traslación + Rotación = Rodamiento

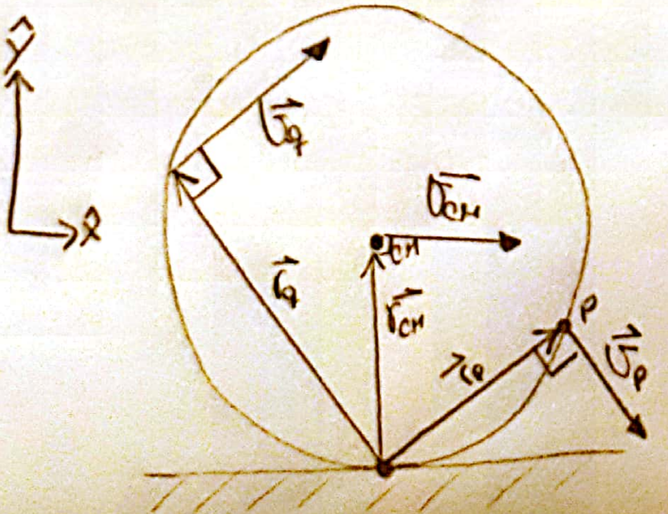


La condición de un rodamiento puro es que no deslice, por lo que $v_{CM} - v = 0 \Rightarrow v_{CM} = v \Rightarrow \boxed{v_{CM} = \omega r}$



Velocidad en cualquier punto:

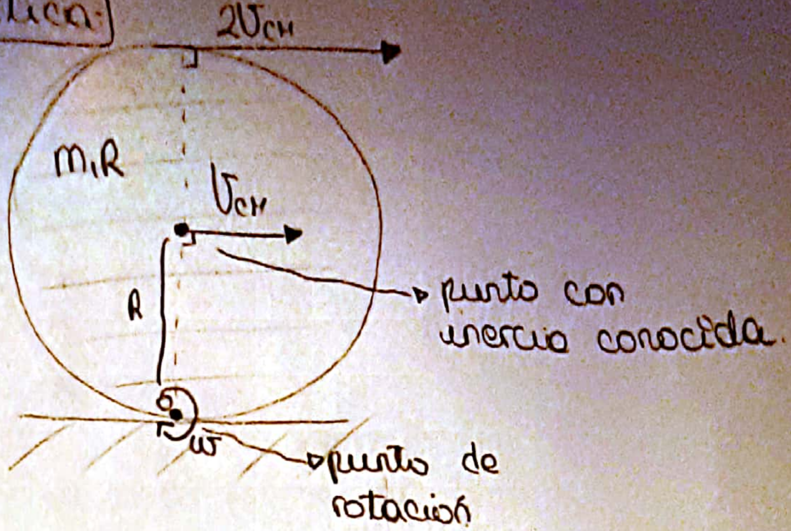
Se calcula como el producto cruz entre la velocidad angular y el radio que describe el punto respecto el centro instantáneo de rotación.



$\boxed{\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i}$ (regla de la mano derecha)

* Notar que siempre $\vec{\omega} \perp \vec{r}$

Energía cinética



$$K_O = \frac{I_O \omega^2}{2}$$

$$I_O = I_{CM} + mR^2 \quad \text{(Steiner)}$$

$$\Rightarrow K_{CM} = \frac{(I_{CM} + mR^2)\omega^2}{2}$$

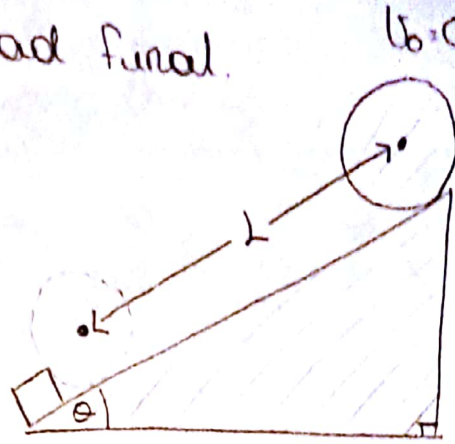
$$\Rightarrow K_{CM} = \frac{I_{CM}\omega^2}{2} + \frac{mR^2\omega^2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{CM} = \frac{I_{CM}\omega^2}{2} + \frac{m V_{CM}^2}{2}}$$ → Energía cinética rotacional y Traslacional.

Cuando hay rodamiento puro, no se pierde energía debido al roce.

Ejemplo 1:

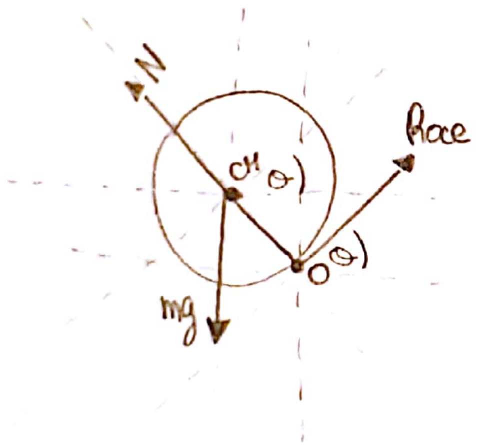
Hallar velocidad final.



Si la a es constante, puedo usar la ecuación $V_f^2 = V_i^2 + 2ad \Rightarrow V_f = \sqrt{2 a_{CM} d}$

Método 1: Dinámica:

a) Respecto al punto O.



$\frac{1}{2}$ $R m g \operatorname{sen}\theta = I_O \alpha$

$I_O = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3mR^2}{2}$

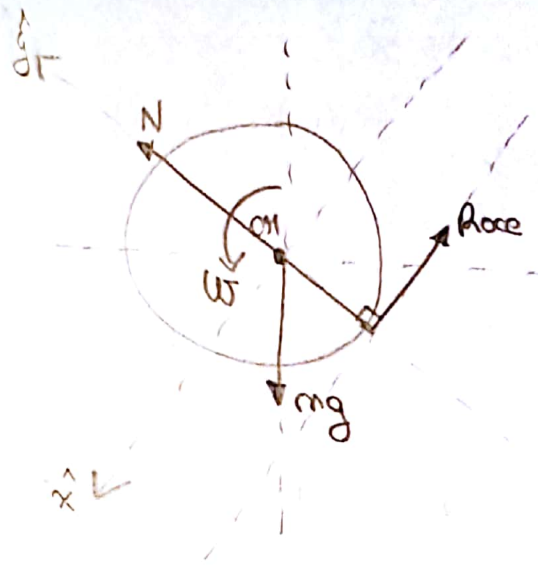
$a_{CM} = R\alpha \Rightarrow \frac{a_{CM}}{R} = \alpha$

$\Rightarrow \cancel{R}\cancel{m} g \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{2}\cancel{m}\cancel{R^2}\frac{a_{CM}}{\cancel{R}}$

$\Rightarrow a_{CM} = \frac{2}{3} g \operatorname{sen}\theta$

$\Rightarrow V_f = \sqrt{\frac{4}{3} g \operatorname{sen}\theta \, L}$ //

b) Respecto al centro de masas.



$\hat{z}$) $\cancel{R} f_r = \frac{m R^{\cancel{2}}}{2} \cdot \frac{a_{CM}}{\cancel{R}}$

$\Rightarrow f_r = \frac{m a_{CM}}{2}$ //

$\hat{x}$) $\sum F_x = m a_x$

$mg \, sen\theta - f_r = m a_{CM}$

$\Rightarrow mg \, sen\theta = m a_{CM} + \frac{m a_{CM}}{2}$

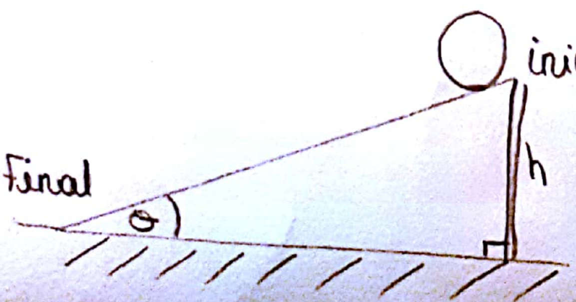
$\Rightarrow \cancel{m} g \, sen\theta = \frac{3}{2} \cancel{m} a_{CM}$

$\Rightarrow \frac{2}{3} g \, sen\theta = a_{CM}$

$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{4}{3} g d \, sen\theta}$ //

Método 2: Energía:

Debo considerar 2 estados, uno inicial y otro final.



a)

$$E_i = E_f$$

$$\Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{I_0 \omega^2}{2} + 0$$ (respecto al centro instantáneo de rotación)

$$I_0 = \frac{3}{2} m R^2$$ (Con Steiner)

$$h = L \operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g L \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{4} \cancel{m} \cancel{R^2} \frac{V_{CM}^2}{\cancel{R^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{4}{3} g L \operatorname{sen}\theta}} = V_{CM_F}$$

//

b) ó

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{I_{CM} \omega^2}{2} + \frac{m V_{CM}^2}{2} + 0$$ (respecto al centro de masa).

$$\Rightarrow mgL \operatorname{sen}\theta = \left(\frac{m \cancel{R^2}}{2}\right)\left(\frac{V_{CM}^2}{2\cancel{R^2}}\right) + \frac{m V_{CM}^2}{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g L \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{4} \cancel{m} V_{CM}^2 + \frac{1}{2} \cancel{m} V_{CM}^2$$

$$\Rightarrow g L \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{4} V_{CM}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{4}{3} g L \operatorname{sen}\theta}} = V_{CM_F}$$

//