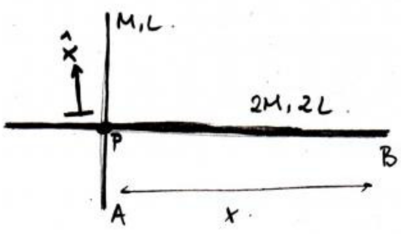
Control de lectura #4



Tenemos una cruzeta que rota con respecto al punto p.
Inicialmente la cruzeta está horizontal.
Encontrar velocidad angular de la cruzeta cuando está vertical.

Para encontrar la velocidad lo hacemos por conservación de energía. $E_i = E_f$.

Definimos potencial 0 a nuestro antojo. potencial cero en p.

$$E_i = K_i + V_i = 0.$$

ya que inicialmente está en reposo y porque el centro de masas, en la posición inicial, está a altura cero.

$$E_f = K_f + V_f$$
$$= \frac{1}{2} I_p \omega^2 + mg x_{CM}$$

igualando se tiene:

$$\frac{1}{2} I_p \omega^2 + mg x_{CM} = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = -\frac{2mg x_{CM}}{I_p}}$$

* donde m es la masa del sistema $m = 3M$

Sólo falta calcular I_p y x_{CM}.

<u>Para I_p:</u> la inercia es aditiva: $I_p = I_{AP} + I_{BP}$.

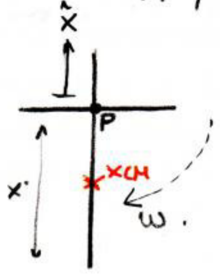
- I_{AP}: Inercia de la barra A con respecto al punto p. que es conocida: $I_{AP} = \frac{1}{12} M L^2$.
- I_{BP}: se puede calcular mediante el teo. de steiner:
$$I_{BP} = I_{BCM} + 2M\, d_{CM-P}^2.$$
- I_{BCM}: inercia c/r a su centro de masa. $I_{BCM} = \frac{1}{12} \cdot 2M \cdot (2L)^2$
- d_{CM-P}: Distancia entre centro de masas de B y el punto p.
$$\longrightarrow 2M d_{CM-P}^2 = 2M (x+L)^2.$$

Tenemos entonces I_p:

$$I_p = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{8}{12} ML^2 + 2M(x+L)^2$$

Para X_{CM}:

Tenemos que calcular el centro de masas c/r a P, ya que desde ahí definimos el potencial cero.



Sólo nos interesa en la dirección $\hat{x}$.

$$X_{CM} = \frac{m_A \cdot x_A + m_B \cdot x_B}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{M \cdot 0 + 2M(L+x)}{3M}$$

$$X_{CM} = \frac{2}{3}(L+x)$$

Remplazando tenemos ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{-6Mg\left[\frac{2}{3}(L+x)\right]}{\frac{3}{4}ML^2 + 2M(x+L)^2}} = \sqrt{\frac{-4\cancel{M}g(L+x)}{\frac{3}{4}\cancel{M}L^2 + 2\cancel{M}(x+L)^2}}$$

$$\boxed{\omega = \left[\frac{-g(L+x)}{3L^2 + 8(x+L)^2}\right]^{1/2}}$$