Auxilar Extra: Preparación Control 2

Oscilaciones y ondas propagativas.

Profesor: Vicente Salinas
Auxiliares: César Aguilar Carolina Gutiérrez Miguel Sepúlveda

Consideraciones generales:

- Un **Oscilado armónico** es un sistema que al desplazarse de su posición de equilibrio, experimenta una fuerza restauradora proporcional a este desplazamiento.
- **La ecuación de un oscilador armónico** es de la forma

$$\ddot{\zeta} + \frac{1}{\tau}\dot{\zeta} + \omega_o^2\zeta = f_0\cos(\omega t)$$

  donde ζ es alguna cantidad física (Usualmente, la posición o el ángulo del objeto en estudio). Estas ecuaciones surgen cuando se tiene un sistema donde existe una fuerza de restitución proporcional a la variable ζ, es decir, una fuerza que lleva al sistema de vuelta a una posición de equilibrio frente a alguna perturbación externa (i.e. Resorte con una masa que se golpea), una fuerza con acción amortiguadora que se opone al cambio de ζ, y un forzamiento sinusoidal con frecuencia ω impuesto por algún agente externo. El objetivo de casi todos los problemas es llegar de alguna manera u otra a esta ecuación.
- Decir que no hay roce viscoso/fuerza que se opone al cambio de ζ es equivalente con decir que $\tau \to \infty$.
- Si $\tau \to \infty$, y no hay forzamiento ($f_0 = 0$), estamos frente a un oscilador libre, y el sistema oscila con frecuencia ω_0.
- Si $\tau < \infty$, y no hay forzamiento, estamos frente a una oscilación amortiguada, y el sistema oscila con frecuencia $\Omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - (\frac{1}{2\tau})^2}$
- Si hay forzamiento ($f_0 \neq 0$) y $\tau < \infty$, entonces estamos frente a un oscilador amortiguado y forzado, y el sistema oscila con dos frecuencias superpuestas: La frecuencia de la fase transiente, que es Ω_0, fase que se desvanece con el tiempo, y la de la fase estacionaria, ω, fase que tiene una amplitud que no varía con el tiempo. Así, el sistema eventualmente siempre se rinde ante el forzamiento, oscilando a frecuencia ω, pero con amplitud que puede ser muy pequeña.
- **La solución a la ecuación de un oscilador** es de la forma

$$\zeta(t) = Ae^{-\frac{t}{2\tau}}\cos(\omega t + \phi_0) + B(\omega)\cos(\omega t + \delta)$$

Donde

$$B(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}}$$

es la amplitud de la fase estacionaria, y

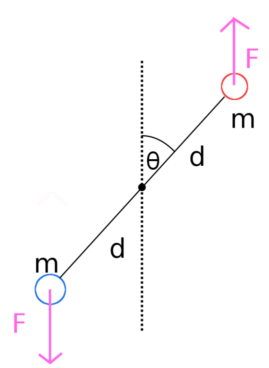
$$\delta = \frac{\omega}{\tau(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

es el desfase de la fase estacionaria con respecto al forzamiento. Las constantes del término izquierdo se dan por las condiciones iniciales del problema, y del derecho por la relación entre las características del sistema y del forzamiento. Es importante notar que es posible obtener expresiones explícitas para $\dot{\zeta}$ y $\ddot{\zeta}$ con esta ecuación.

P1.- **Dipolos**

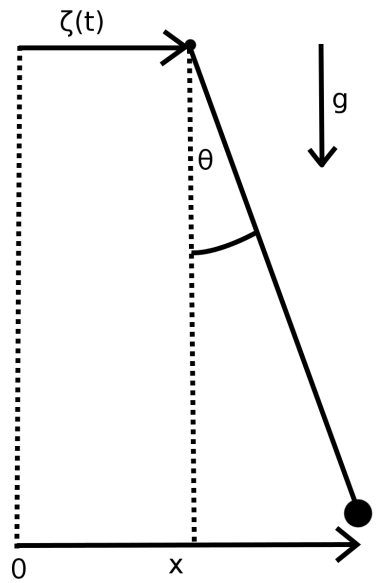
Un dipolo es un sistema compuesto por dos cargas iguales de distinto signo unidas tales que siempre están a una distancia $2d$ una de la otra. Si se aplica un campo eléctrico uniforme netamente vertical, apuntando hacia arriba de $\vec{E}$ al sistema, cada carga es sometida a una fuerza $\vec{F} = Q\vec{E}$, con Q la carga. Considere la carga superior como positiva, e inferior como negativa, y ambas con carga $+q$ y $-q$, respectivamente.

- Encuentre una expresión para el ángulo definido en ella en función del tiempo, considerando oscilaciones pequeñas, y con $\theta = \frac{\pi}{6}$ y $\dot{\theta} = 0$ en el tiempo inicial.
- Si se sumerge el dipolo en un fluido con viscosidad γ, describa el movimiento del dipolo con las mismas condiciones iniciales.
- Considere ahora la masa superior como una carga negativa. Se coloca un pivote en el centro, y se cambia el largo de la barra superior a d'. ¿Que condición deben cumplir d y d' para que se tenga un oscilador harmónico? Dada esta condición, determine la frecuencia de oscilación Ω_0.



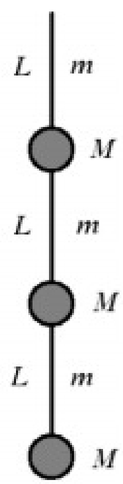
P2.- **Forzamiento oculto**

indent Considere una masa m unida a una cuerda de largo l fijada a un soporte móvil, cuyo desplazamiento horizontal está descrito por $\zeta(t) = \zeta_0 \cos(wt)$, como en la figura. Describa la posición horizontal de la masa en función del tiempo, considerando ángulos pequeños, y con velocidad y posición inicial nulas.



P3.- **Viaje de ondas**

Usted tiene un sistema de tres cuerdas delgadas de masa m y largo L, y tres masas M distribuidas como indica la figura. Si del techo se envía un pulso, calcule el tiempo que se demora este en llegar al otro extremo. Para ello, asuma que la tensión en cada una de las cuerdas es constante a lo largo de ella. ¿Es el caso real así? ¿Por qué?



P4.- **La Tortugita y el Equilibrio desplazado**

Hay una tortugita de masa m parada tranquilamente sobre un bloque de masa M unida a un resorte en una pared. El resorte tiene largo natural l y constante k. Inicialmente el bloque se suelta desde un desplazamiento nulo $x = 0$. El aire tiene un coeficiente de roce viscoso γ, y la tortuga se aferra al bloque de manera tal que el coeficiente de roce estático de ella con el suelo es μ_e. De pronto, empieza a correr viento hacia la izquierda, a velocidad v_0.

- Determinar la nueva posición de equilibrio para el sistema.
- Encuentre la ecuación homogenea del oscilador para el sistema, e identifique el tiempo característico y la frecuencia natural. ¿Con que frecuencia oscila el sistema? ¿Que condiciones deben cumplir m,k y γ para que este resultado tenga sentido?
- Si el viento varia de forma tal que su velocidad está descrita por $v(t) = v_0(1 + \sin(\omega t)/10)$, encuentre la amplitud de las oscilaciones.
- En resonancia, cual es v_0 máximo tal que la tortuga no se despegue nunca del bloque?