# Aux #7: Corriente y RC

P1 ] a) :)

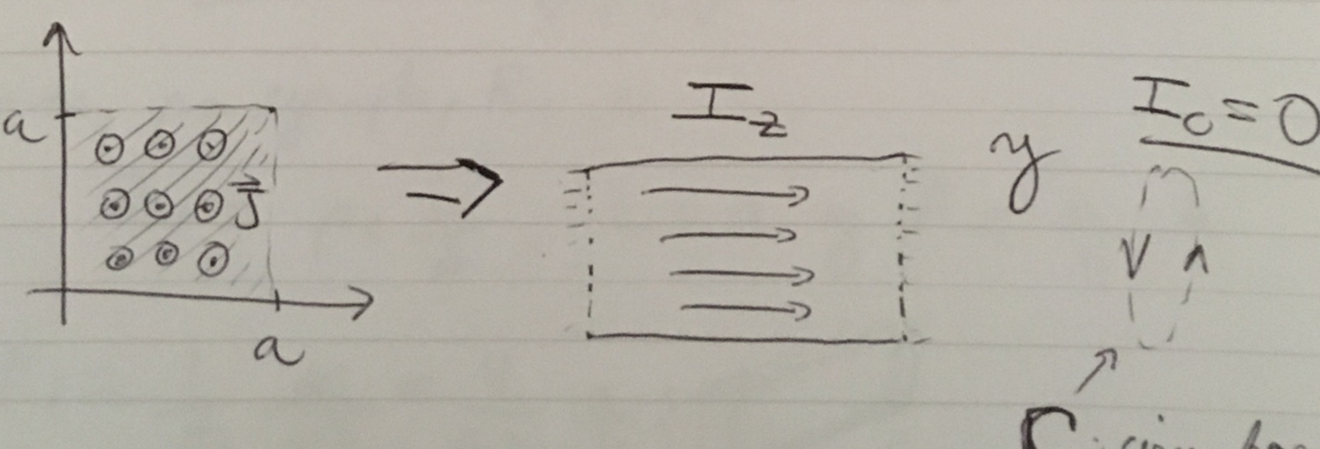
b) $\vec{J}(r,\theta) = \hat{k}\,\frac{J_0}{a^2}\left(r^2\cos^2\theta\, r\,\mathrm{sen}\,\theta - r^2 a\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\right)$

$$\Rightarrow I = \frac{J_0}{a^3}\left(\int_0^{2\pi}\int_0^{a/2} r^3\cos^2\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, r\,dr\,d\theta - a\int_0^{2\pi}\int_0^{a/2} r^2\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, r\,dr\,d\theta\right)$$

$$= \frac{J_0}{a^3}\left(\frac{a^5}{2^5\cdot 5}\underbrace{\int_0^{2\pi}\cos^2\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta} - \frac{a^5}{2^4\cdot 5}\underbrace{\int_0^{2\pi}\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta}\right)$$

sen θ y cos θ son 2π periódicos $\left\{\; 0 = \int_0^{2\pi}\left(\frac{\cos^3\theta}{3}\right)' d\theta = \int_0^{2\pi}\left(\frac{\mathrm{sen}^2\theta}{2}\right)' d\theta\right.$

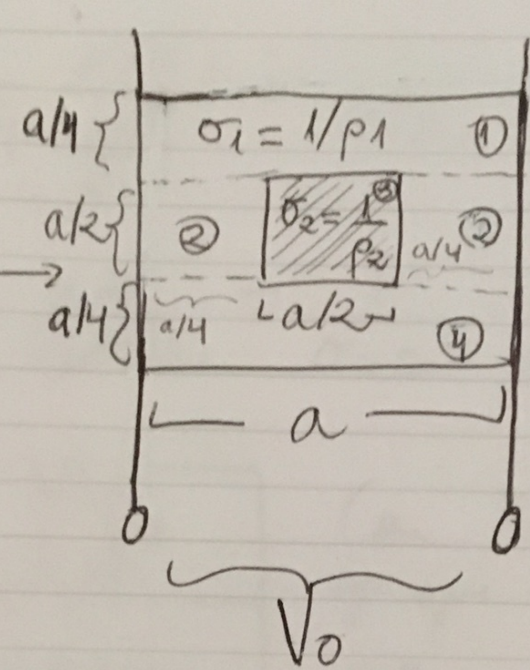
Por lo tanto: $\underline{I = 0}$, evidentemente.




C: circunferen

## $\boxed{P_2}$

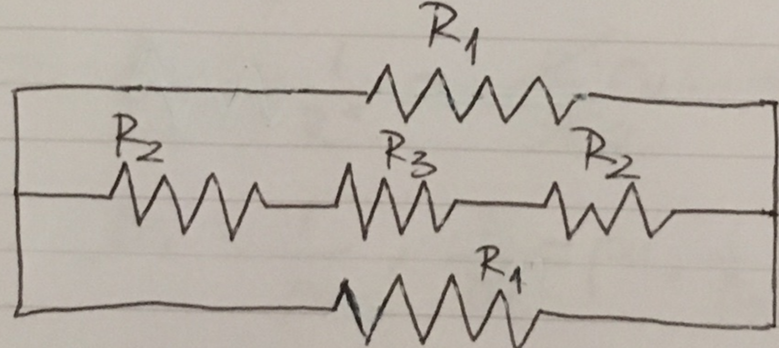
Espesor $\Delta \longrightarrow$




¿$R_{eq}$? $\rightarrow$

$R_{eq}(R_1, R_2, R_3)$

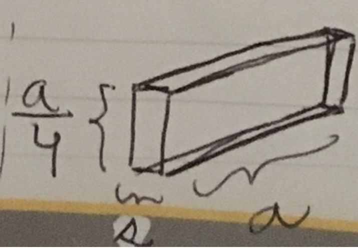
Veamos el circuito equivalente, a partir de un circuito que represente a cada resistencia:




Donde, por ejemplo, $R_1$ es:

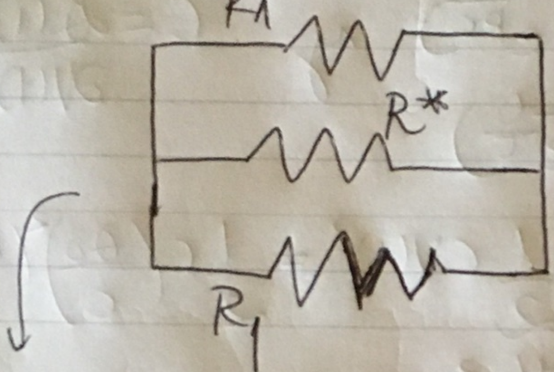
$$R_1 = \rho_1 \frac{L}{A} \; ; \; L = a \text{ y } A = \frac{a}{4} \cdot \Delta$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{1}{\sigma_1} \frac{\cancel{a}}{\frac{\cancel{a}\Delta}{4}} = \frac{4}{\sigma_1 \Delta} \; //$$



$$R_2 = \frac{1}{\sigma_1}\,\frac{\cancel{a}/4\cdot 2}{\frac{\cancel{a}s}{\cancel{2}}} = \frac{1}{2\sigma_1 s}$$ ; mientras que:

$$R_3 = \frac{1}{\sigma_2}\,\frac{\cancel{a/2}}{(\cancel{a/2})s} = \frac{1}{\sigma_2 s}$$. Ahora, podemos reducir el circuito:




Con $R^* = 2R_2 + R_3$, ya que están en serie.

$$R^* = \frac{1}{\sigma_1 s} + \frac{1}{\sigma_2 s}$$

Como el circuito equivalente está en paralelo,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{2}{R_1} + \frac{1}{R^*} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{4}\,2}\sigma_1 s + s\left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}\right)^{-1}$$

Pero: $\sigma_i = \frac{1}{\rho_i}$, $\frac{1}{\sigma_1} = \rho_1$; $\frac{1}{\sigma_2} = \rho_2$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = s\left[\frac{1}{2\rho_1} + \frac{1}{\rho_1+\rho_2}\right] \Big\} \frac{\overbrace{\rho_1+\rho_2+2\rho_1}^{3\rho_1+\rho_2}}{2\rho_1(\rho_1+\rho_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{2\rho_1(\rho_1+\rho_2)}{3\rho_1+\rho_2}\cdot\frac{1}{s}}$$

} notar que no depende del 'tamaño' del dispositivo $(a, V_0)$

P3 d) notamos que el condensador está descargado inicialmente: $Q_c(t=0)=0$

Como la resolución de la EDO anterior da para la carga en el condensador:

$$Q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad y \quad C = \frac{\partial Q(t)}{\partial V(t)} = \text{cte}$$

$$\Rightarrow V(t) = \frac{Q_0}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

La energía es: $U = \frac{1}{2} C V(t)^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q_0}{C}\right)^2 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2 = U(t),$$ tomamos

el límite: $\lim_{t\to\infty} U(t) = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\left(1 - \cancel{e^{-\infty}}^{\,0}\right) = \frac{Q_0^2}{2C}$

Como $Q_0 = CV_0 \Rightarrow U_\infty = \frac{1}{2} C V_0^2$