Auxiliar Extra: Preparacion C3

Fecha: 24 de Noviembre 2017

P1 [C3 2017-1 P2] Considere la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 \\ 2 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule los valores propios de A.

b) Calcule los subespacios propios de cada valor propio de A.

c) Indique si A es diagonalizable justificando su respuesta y de ser diagonalizable calcule la matriz P y D tal que $A = PDP^{-1}$

d) ¿Es A invertible?. En caso de que lo sea obtenga una expresion para calcular A^{-1} en funcion de P y D.

P2 [C3 2016-2 P1] Considere $A \in M_{44}(\mathbb{R})$ y $S = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$ tal que:

a) Ker(A)=S

b) $A \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

entonces:

i) Encuentre la dimension y una base ortonormal de S.

ii) Encuentre los valores propios y vectores propios asociados de las matriz A.

iii) Encuentre explicitamente la matriz A.

P3 [C3 2011-2 P2] Sea Π el plano de $\mathbb{R}^3$ de ecuacion cartesiana $\Pi: \ x_1 + x_2 + x_3 = 0$ y sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la funcion que toma un punto y le asigna su simetrico respecto del plano.

a) Demuestre que $T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \frac{2}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Muestre que T es lineal

c) Sea A la matriz representante de T respecto de las bases canonicas, calcule A

d) Encuentre el polinomio caracteristico de A. Pruebe que A es diagonalizable y encuentre P invertible y D diagonal tal que $A = PDP^{-1}$