

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA4703	Control Óptimo : Teoría y Laboratorio			
Nombre en Inglés				
Optimal Control : Theory and Laboratory				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
9	15	3	1.5 (aux) + 3 (lab)	7.5
Requisitos			Carácter del Curso	
MA4801 Análisis Funcional			Obligatorio. Curso de Especialidad y Postgrado	
Resultados de Aprendizaje				
<p>Conocer los fundamentos teóricos y algorítmicos de la teoría matemática de control óptimo. Conocer la teoría de controlabilidad y optimización de sistemas dinámicos deterministas descritos en tiempo continuo. Aprender y aplicar diversos conceptos fundamentales del Control Óptimo, como los criterios de controlabilidad (Kalman), de optimalidad (principio del máximo Pontryagin) y el principio de la programación dinámica. Desarrollar habilidades computacionales a través de la simulación numérica de modelos y de la implementación de métodos para la resolución de problemas de control óptimo lineales y no lineales, utilizando para ello el software MATLAB. Los modelos que se estudiará provienen de problemas aplicados tales como la estabilización del péndulo invertido, la gestión óptima de recursos naturales y la gestión de biorreactores. Al finalizar este curso, el alumno habrá fortalecido además las siguientes capacidades: destreza en técnicas de modelamiento matemático, análisis de resultados numéricos y síntesis de conclusiones a partir de los mismos, organización y planificación del trabajo individual y en equipo, diseño de estrategias para resolver problemas, habilidades en las relaciones interpersonales, capacidad para comunicar sus ideas y trabajar en grupo.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
<p>Clases de cátedra teóricas y auxiliares prácticas. Para un mayor desarrollo de la fortaleza del cálculo científico, el curso se complementa curso con laboratorios teórico-computacionales dirigidos y proyectos aplicados a través de los laboratorios asociados.</p>	<p>2 controles y un examen conforman la Nota de Control (NC). La realización de 6 laboratorios obligatorios y presentación de un proyecto aplicado conforman la Nota de Laboratorios (NL). La asistencia a los laboratorios es obligatoria. La evaluación de cada laboratorio será un promedio ponderado entre la evaluación in situ y la presentación del informe la semana siguiente a cada laboratorio. La evaluación de los proyectos constituirá una nota y será un promedio ponderado del avance, presentación final oral e informe final del proyecto. NL será un promedio ponderado de los laboratorios y del proyecto. La nota del curso final será 60% NC y 40% NL. Ambas actividades deben aprobarse por separado.</p>

Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Control de sistemas lineales	7
2	Teoría del control óptimo no lineal	4
3	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	4
	TOTAL	15.0

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 1	Tarea introductoria	2
Lab 2	Controlabilidad, observabilidad, estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	2
Lab 3	Problemas de tiempo mínimo y/o problema lineal cuadrático	2
Lab 4	Principio del máximo de Pontryagin	2
Lab 5	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	2
Proyecto	<i>Temas varios:</i> Dos ejemplos de proyectos son los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> - Modelar, simular, estimar y controlar la dinámica de un sistema mecánico como el péndulo invertido. - Aplicar el modelo de Ramsey para simular el crecimiento de una economía. 	5
	TOTAL	15.0

Semana	Módulo laboratorio (miércoles) de 14h30 a 17h45 (3hrs+descanso 15 mins)
1	Nada
2	Presentación Lab1: tarea
3	Presentación de posibles proyectos
4	Entrega Lab1
5	Laboratorio 2
6	Informe Laboratorio 2
7	Laboratorio 3
8	Informe Laboratorio 3
9	Laboratorio 4
10	Informe Laboratorio 4
11	Presentación avances proyectos
12	Nada
13	Laboratorio 5
14	Informe Laboratorio 5

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Control de sistemas lineales	7
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Formulación de problemas de control óptimo. 2. Controlabilidad y observabilidad de sistemas lineales. 3. Principio bang-bang. 4. Control de tiempo óptimo de sistemas lineales. 5. Teoría lineal cuadrática. Ecuación de Riccati y sus propiedades. Filtro de Kalman.	El estudiante: 1. Determina la controlabilidad u observabilidad de sistemas lineales. 2. Determina condiciones de optimalidad de un problema de tiempo óptimo lineal. Resuelve problemas simples. 3. Determina condiciones de optimalidad de un problema lineal cuadrático. Conoce las aplicaciones de la teoría lineal cuadrática y del filtro de Kalman.	3, 6

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Teoría de control óptimo no lineal	4
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Resultados de existencia de problemas de control óptimo no lineal. 2. El Principio del Máximo de Pontryagin. 3. Revisión de métodos numéricos de control óptimo. 4. Aplicaciones del Principio del Máximo en problemas de economía, física, ingeniería, etc.	El estudiante: 1. Conoce los resultados de existencia y unicidad. 2. Determina condiciones de optimalidad de un problema no lineal utilizando el Principio del Máximo. Resuelve problemas simples. 3. Conoce las alternativas de resolución numérica de problemas. 4. Conoce distintas aplicaciones del Principio del Máximo.	2, 3, 4, 5, 6

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Programación dinámica y ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman	4
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. El algoritmo de programación dinámica. Principio de Bellman. 2. Programación dinámica en tiempo	El estudiante: 1. Conoce y aplica el principio de Bellman a problemas de	

discreto. 3. Programación dinámica en tiempo continuo. Función valor y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). 4. Revisión de métodos numéricos para resolver HJB y sintetizar el control óptimo. 5. Relaciones y diferencias entre el Principio del Máximo y las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman. 6. La función valor como única solución de viscosidad de HJB- 7. Aplicaciones.	programación dinámica. 2. Conoce la formulación y resolución de problemas de programación dinámica en tiempo discreto. 3. Deriva la ecuación de HJB de un problema de control óptimo. 4. Conoce como resolver y sintetizar un control óptimo mediante las ecuaciones de HJB. 5. Conoce las soluciones de viscosidad y sus principales propiedades.	1, 3, 6, 8
---	--	------------

Laboratorios

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 1	Introducción.	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> Parte A. Comandos básicos y cálculo vectorial. Parte B. Funciones vectoriales. Parte C. Gráficos 1d, 2d y 3d. Parte D. Aplicaciones (ver bibliografía). 	El objetivo de esta primera sesión es que el alumno se familiarice con los softwares matlab y Scilab.	Help de MatLab y Scilab

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
Lab 2	Controlabilidad, observabilidad, estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> Parte A. Modelamiento del movimiento de un barco carguero. Parte B. Análisis de la controlabilidad y observabilidad del modelo usando herramientas del MATLAB y Scilab. Parte C. Estabilidad y reguladores. Parte D. Estimadores de estado. Conexión entre reguladores y estimadores 	El objetivo de este laboratorio es estudiar la controlabilidad, observabilidad, estudiar la estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal controlado. Para esto, se pide verificar los respectivos criterios de manera directa y usando el Toolbox de Control de MATLAB y comandos de Scilab. También se estudian conceptos relacionados como la matriz Grammiana y la forma canónica de Brunovski.	[1,2,3]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 3	Problemas de tiempo mínimo	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> Parte A. Control de un carro-cohete en tiempo mínimo y método de resolución directo. Parte B. Despegue de un cohete en tiempo mínimo y método de resolución indirecto. 		En este laboratorio se resuelve numéricamente dos problemas de control óptimo a tiempo mínimo. Se introducirán dos métodos: el directo y el indirecto.	[3,4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 4	Principio del máximo de Pontryagin	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> Parte A. Modelamiento. Parte B. Formulación del Principio del Máximo de Pontryagin (PMP). Parte C. Resolución numérica de las condiciones de optimalidad dadas por el PMP. 		El objetivo de este laboratorio es utilizar el principio del máximo de Pontryagin para un problema específico y resolverlo numéricamente utilizando una aplicación de Matlab/Scilab apropiada.	[3,5]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Lab 5	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ul style="list-style-type: none"> Parte A. Ecuación de HJB en Control Óptimo: Una introducción. Parte B. Estudio analítico del Carro-Cohete mediante HJB. Parte C. Estudio numérico del Carro-Cohete mediante HJB 		En este laboratorio se ilustra la relación existente entre las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) y el control óptimo. Se analiza un problema de control óptimo resolviendo numéricamente una de estas ecuaciones.	[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
Proyectos	Temas varios	5	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Al inicio del semestre se presentan a los alumnos los proyectos disponibles. Se les pide a los alumnos que seleccionen uno que se ajuste más a sus intereses. Los		Se espera que el alumno desarrolle con su grupo un proyecto numérico, el cual deberá presentar en un primer avance a mediados de semestre y	

<p>proyectos se pueden realizar en grupos pequeños.</p> <p>Ejemplos de temas de proyectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Modelar, simular, estimar y controlar la dinámica de un sistema mecánico como el péndulo invertido. - Aplicar el modelo de Ramsey para simular el crecimiento de una economía. 	<p>luego en una presentación final con los resultados obtenidos. El alumno a través del proyecto aplicará los conocimientos teóricos y numéricos aprendidos a un problema de mayor complejidad.</p>	
--	---	--

Bibliografía

- [1] Wendell H. Fleming & Raymond W. Rishel, *Deterministic and Stochastic Optimal Control*, Springer-Verlag, 1975.
- [2] Eduardo D. Sontag, *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*, Springer, 1998.
- [3] Emmanuel Trélat, *Contrôle optimal : théorie & applications* Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", 2005.
- [4] Lawrence C. Evans, *An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory*, Lecture Notes. <http://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf>
- [5] M. Cizniar, M. Fikar, and M.A. Latifi: *MATLAB Dynamic Optimisation Code DYNOPT, User's guide*, Technical Report, KIRP FCHPT STU, Bratislava, 2006. http://www.kirp.chtf.stuba.sk/publication_info.php?id_pub=271
- [6] Greg Welch and Gary Bishop, *An introduction to the Kalman Filter*, TR 95-041, Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill Chapel Hill, 2006 <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/kalmanIntro.html>
- [7] Lamberto Cesari, *Optimization: Theory and Applications – Problems with Ordinary Differential Equations*, Springer Verlag, 1983.
- [8] Martino Bardi, Italo Capuzzo-Dolcetta, *Optimal Control and Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi-Equations.*, Springer Verlag, 1997.

Vigencia desde:	Primavera 2014
Elaborado por:	Héctor Ramírez (2013; 2da versión en 2017)
Revisado por:	Revisado por Jaime Ortega (Jefe Docente)