MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral
Profesores: Sebastián Zamorano A.
Auxiliar: Juan Pedro Ross O.
Fecha: Jueves 21 de Diciembre

Sketch of proof Auxiliar 4: Derivadas

P1. [Hay que soltar la mano]
Derive las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^x$ (Para $x > 0$)

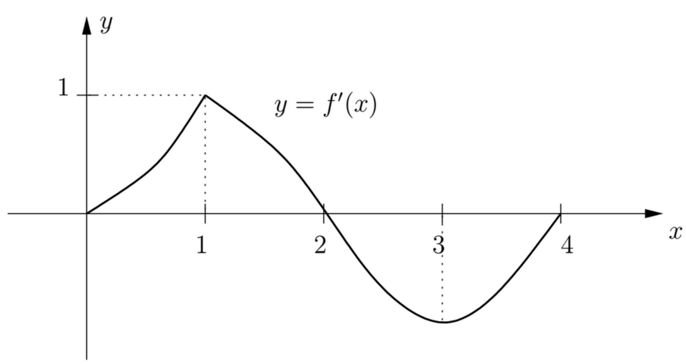
Utilizar que $e^{ln(x)} = x$ y propiedades del logaritmo.

b) $f(x) = \arctan\left(\frac{x+c}{1-cx}\right)$ ¿Puede caracterizar de mejor manera la función?

Matraquear hasta llegar a una derivada conocida, y recordar que dos funciones difieren a lo más en una constante ssi sus derivadas son iguales. Para calcular la constante evaluar en algún punto adecuado.

Deberían llegar a que es $arctang(x) - arctang(c)$.

P2. [La derivada da bastante información de la función]
Se sabe que un bosquejo del gráfico de la derivada de una función $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ es el dado en la figura siguiente. Además se sabe que $f(0) = 1$



Usando esta información encuentre el gráfico aproximado de la función f. Debe indicar precisamente en que intervalos f es creciente, decreciente, cóncava o convexa, además donde alcanza su máximos y mínimos locales o globales y donde tiene sus inflexiones. Debe probar además que f es acotada superiormente por 3 (use TVM)

Recordar que:

- Si f' es positiva\ negativa entonces f es creciente\decreciente.
- Si f' es creciente\decreciente entonces f es convexa\cóncava.

Luego utlizar TVM y tener presente que $\forall x\ f(x) \leq 3 \Leftrightarrow \max f(x) \leq 3$ y que f' está acotada.

P3. [Un clásico de Analizar la función]
Analizar la función $f(x) = (1 + x)e^{\frac{1}{x}}$, para ello:

(I) Determine dominio, signos y ceros.
Tener presente que la exponencial siempre es estrictamente positiva.

(II) Determine límites laterales en $x = 0$ y continuidad ¿Es reparable?

Ojo que $e^{-\infty} = 0$ y que $e^{\infty} = \infty$, y que es reparable ssi los límites laterales son iguales.

(III) Determine asíntotas.

De las partes anteriores se deduce la vertical. Para las oblicuas calcular $m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ y $\lim_{x\to\infty} f(x) - mx$, además tener presente que $lim_{x\to\overline{x}} f(x) = L \Leftrightarrow lim_{x\to\overline{x}^-} f(x) = L \wedge lim_{x\to\overline{x}^+} f(x) = L$ y utilizar límites conocidos.

Deberían llegar a $y = x + 2$ en ambos lados.

(IV) Estudie crecimiento.

Derivar y estudiar los signos de $x^2 - x - 1$ se recomienda graficar.
Deberían llegar a creciente en $(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \infty)$. y decreciente en el complemento sin el cero.

(V) Estudie concavidad.

Derivar, se recomienda tener presente que $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

Deberían llegar a convexa en $(\frac{-1}{3}, 0) \cup (0, \infty)$ y cóncava en $(-\infty, \frac{-1}{3})$

(VI) Dibuje el gráfico de la función indicando puntos importantes.

Intentarlo, y luego corroborar con google :)