

Auxiliar 2

Principio de Inducción

Profesor: Marcos Kiwi
Auxiliar: Benjamín Jauregui

P1 Usando Principio de Inducción, demuestre la veracidad de las siguientes proposiciones:

- a) $\forall n \geq 1, \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$
- b) $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq a \leq 1, (1-a)^n \geq 1-na$
- c) $\forall n \geq 1, 2 * 7^n + 3 * 5^n - 5$ es divisible por 24
- d) **PROPUESTO** $\forall n \geq 10, n^3 \leq 2^n$

P2 a) Se define por recurrencia la colección de reales $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ de la siguiente forma:

$$a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{12}{1 + a_n}, \forall n > 1.$$

Demuestre por inducción que:

- a.1) $\forall n \geq 1, a_{2n-1} < a_{2n+1}$
- a.2) $\forall n \geq 1, a_{2n} > 3$

P3 Para esta pregunta, definimos H_m de la siguiente forma:

$$H_m = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m}$$

Usando esto, demuestre que: $\forall n \in \mathbb{N}^*, H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$