Introducción al Álgebra MA1101-5
Profesor: Pablo Dartnell.
Auxiliar: Juan Pedro Ross
Fecha: Viernes 16 de Marzo.

Auxiliar 1: Lógica y Cuantificadores

Resumen:

- Leyes de De Morgan:
  $\overline{[p \vee q]} \Leftrightarrow [\overline{p} \wedge \overline{q}]$
  $\overline{[p \wedge q]} \Leftrightarrow [\overline{p} \vee \overline{q}]$
- Transitividad:
  $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
  $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$
- Tabla del "o", del "y" y del "implica":
  $[(p \vee q) \Leftrightarrow F] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow F)$
  $[(p \wedge q) \Leftrightarrow V] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow V)$
  $[(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow F] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow V \wedge q \Leftrightarrow F)$
- Cuantificadores:
  $\overline{(\forall x)p(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{p(x)}$
  $\overline{(\exists x)p(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{p(x)}$
- Caracterización del Implica:
  $[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [\overline{p} \vee q]$
- Contrarecíproca:
  $[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [\overline{q} \Rightarrow \overline{p}]$
- Caracterización de la Equivalencia:
  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$

P1. Se define el conectivo lógico $*$ a través de la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Muestre que:

(a) $\overline{p} \Leftrightarrow p * p$

(b) $p \vee q \Leftrightarrow (p * q) * (p * q)$

(c) $p \wedge q \Leftrightarrow (p * p) * (q * q)$

P2. Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones p, q, r, s, t sabiendo que la siguiente proposición es falsa:

$$[\ (p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow s} \wedge \overline{t}\ ] \Rightarrow [\ \overline{s} \wedge (q \Rightarrow s)\ ]$$

P3. Demuestre, sin usar tabla de verdad, que la siguientes proposición es una tautología:

$$[(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \overline{r})$$

P4. Sea A=$\{1;2;3;4;5;6\}$ Escribir en símbolos matemáticos y averiguar el valor de verdad de las siguientes proposiciones y luego niéguelas:

(a) Hay un elemento en A que es mayor que los restantes

(b) Para cada elemento en A existe otro en A que es menor o igual que él.

(c) Existe un elemento cuyo cuadrado es igual a si mismo.

P5. tenemos las siguientes proposiciones:
$p : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x \leq y$
$q : (\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}) x \leq y$
Determinar los valores de verdad de cada una y negarlas.

P6. Verdadero o Falso:

- "25-1" no corresponde a una proposición lógica.
- Si p es falsa, entonces la proposición $p \vee q$ es siempre falsa.
- La negación de la proposición $p \vee q$ es $\overline{p} \vee \overline{q}$.
- La negación de la proposición $p \Rightarrow q$ es $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$.
- La proposición $([p \wedge q \Rightarrow p \vee \overline{q}] \Leftrightarrow q) \vee p$ es verdadera si p es verdadera.
- La negación de $\exists x \in A : p(x)$ es $\forall x \notin A : \overline{p(x)}$.
- Para demostrar que es falso que $\forall x \in Ap(x)$ basta encontrar un ejemplo que haga $p(x)$ falsa.
- Para demostrar que es falso que $\exists x \in Ap(x)$ basta encontrar un ejemplo que haga $p(x)$ falsa.