MA1101-6 Introducción al Álgebra
Profesor: Martín Matamala
Auxiliar: Matías Azócar Carvajal

Trabajo Dirigido: Conjuntos

12 de abril de 2018

P1. Determine cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas para cualesquiera conjuntos A, B y C. Si la doble implicancia falla, vea cual de las implicancias funciona. (Esto es, si una igualdad falla, vea si es que funciona cambiando el signo igual "=" por alguno de los signos de inclusión "⊆" o "⊇")

1. $A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq (B \cup C)$
2. $A \subseteq B \vee A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq (B \cup C)$
3. $A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq (B \cap C)$
4. $A \subseteq B \vee A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq (B \cap C)$
5. $A \setminus (A \setminus B) = B$
6. $A \setminus (B \setminus A) = A \setminus B$
7. $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
8. $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$
9. $(A \cap B) \cup (A \setminus B) = A$

P2.
- $(B \setminus A) \subseteq C \Leftrightarrow C^c \subseteq (B^c \cup A)$
- $(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$
  Indicación: Puede usar la parte anterior
- $A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow B \subseteq A \wedge A \subseteq C$

P3. Sea $A \subseteq E$ en que E tiene dos o más elementos distintos. Pruebe que:

$$\forall B \in (\mathcal{P}(E) \setminus \{\emptyset\}) A \subseteq B \Rightarrow A = \emptyset$$

P4. a) Demuestre que

$$(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}) \Leftrightarrow \bar{p} \vee q.$$

b) Sean A, B conjuntos. Usando la parte anterior, demuestre que:

$$(A \cap B) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c) = A^c \cup B.$$

P5. Sea X un conjunto y $\{A_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ una *familia* de subconjuntos de X que satisface la propiedad siguiente:

$$\forall x \in X, \forall y \in X \setminus \{x\}, \exists i, j \in \mathbb{N} : (x \in A_i) \wedge (y \in A_j) \wedge (A_i \cap A_j = \emptyset)$$

Pruebe que $\bigcap_{i \in I(x)} A_i = \{x\}$, donde $I(x) = \{i \in \mathbb{N} : x \in A_i\}$

P6. Sean A, B, C subconjuntos del conjunto E. Probar que

$$A \cap B \cap C = \emptyset \Rightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) = A \cup B \cup C$$