

MA1101-7 Introducción al Álgebra

Profesor: José Soto San Martín.

Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.

Fecha: Jueves 22 de Marzo.



Auxiliar 1: Lógica

Resumen:

Tautologías Importantes

- Leyes de De Morgan:

$$(\overline{p \vee q}) \Leftrightarrow (\overline{p} \wedge \overline{q})$$

$$(\overline{p \wedge q}) \Leftrightarrow (\overline{p} \vee \overline{q})$$

- Transitividad:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

- Caracterización del Implica:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\overline{p} \vee q)$$

- Contrarecíproca:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\overline{q} \Rightarrow \overline{p})$$

- Caracterización de la Equivalencia:

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

Cuantificadores

- $\overline{(\forall x \in E)p(x)} \Leftrightarrow (\exists x \in E)\overline{p(x)}$

- $\overline{(\exists x \in E)p(x)} \Leftrightarrow (\forall x \in E)\overline{p(x)}$

- $(\exists!x \in E)p(x) \Leftrightarrow$

$$[(\exists x \in E)p(x)] \wedge [(\forall x \in E)(\forall y \in E)\{(p(x) \wedge p(y)) \Rightarrow (x = y)\}]$$

P1. Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones p, q, r, s, t sabiendo que la siguiente proposición es falsa:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow \overline{s} \wedge \overline{t}}] \Rightarrow [\overline{s} \wedge (q \Rightarrow s)]$$

P2. Demuestre, sin usar tablas de verdad, que las siguientes proposiciones son tautologías:

(a) $[p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p$

(b) $[(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge (\overline{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \overline{p}$

P3. Sea F un conjunto de personas en una fila. Para $x, y \in F$ se define la función proposicional $\phi(x, y)$: "x está más adelante que y en la fila". Sea $p \in F$, extraiga toda la información que pueda de las siguientes proposiciones cuantificadas:

(a) $(\forall x \in F)[\phi(x, p) \vee x = p]$.

(b) $(\exists!x \in F)[\phi(x, p) \vee \phi(p, x)]$.

P4. [Propuesto] Sean p, q, r, s proposiciones. Determine si es posible que la equivalencia

$$[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee r) \wedge q]$$

sea verdadera sin que lo sea $p \Rightarrow q$.