MA1101-7 Introducción al Álgebra
Profesor: José Soto San Martín.
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.
Fecha: Jueves 28 de junio de 2018

Auxiliar 9: Relaciones y Sumatorias

P1. La clase pasada demostramos que la relación Φ definida en $\mathbb{R}$ como $x\Phi y \Leftrightarrow (y-x) \in \mathbb{Z}$ es una relación de equivalencia y que el conjunto cuociente de Φ es $\{[x]_\Phi \mid x \in [0,1)\}$.

Se define ahora la relación Q sobre el conjunto cuociente de Φ tal que

$$[x]Q[y] \Leftrightarrow (x - \lfloor x \rfloor) - (y - \lfloor y \rfloor) = (0,1)k$$

con $k \in \mathbb{Z}$ Demuestre que Q es una relación de equivalencia.

P2. Sea $\mathcal{R}$ la relación en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ definida por:

$$(a,b)\mathcal{R}(c,d) \Leftrightarrow a + b \equiv_2 c + 3d$$

(a) Pruebe que $\mathcal{R}$ es relación de equivalencia.
(b) Muestre que $[(0,0)]_\mathcal{R} \cup [(1,0)]_\mathcal{R} = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ y que $[(0,0)]_\mathcal{R} \cap [(1,0)]_\mathcal{R} = \emptyset$.
(c) Determine $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/\mathcal{R}$.

P3. (a) $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} (-1)^j$

(b) $\displaystyle\sum_{j=1}^{2n} (1 + (-1)^j)^{j/2}$

P4. $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sqrt[75]{k+2} - \sqrt[75]{k}$

P5. Se sabe que

$$\sum_{k=1}^{n} a_k a_{k+1} = b_n$$

. Muestre que:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k a_{k-1} = b_n + a_1 a_0 - a_{n+1} a_n \qquad \text{y que} \qquad \sum_{k=n}^{2n+1} a_k a_{k+1} = b_{2n+1} - b_{n-1}$$