MA1101-8 Introducción al álgebra
Profesor: Maya Stein
Auxiliar: Juan d'Etigny S.

Auxiliar 4

13 de abril de 2018

P1.- Sean $A, A' \subseteq E$ y $B, B' \subseteq F$. Demuestre las siguientes identidades:

a) $(A \cup A') \times B = (A \times B) \cup (A' \times B)$

b) $A \times (B \cap B') = (A \times B) \cap (A \times B')$

P2.- Demuestre las siguientes propiedades usando tanto solo usando lenguaje proposicional como solo usando operatoria de conjuntos:

a) $A \subseteq B \iff A^c \cup B = E$

b) $\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^c = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^c$

c) $\bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cap B) = \left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \cap B$

P3.- *a)* Sea $\mathcal{C}$ una partición del conjunto de referencia E y $A \subseteq E$. Demuestre que $\mathcal{C}_A = \{C \cap A | C \in \mathcal{C},\ C \cap A \neq \emptyset\}$ es una partición de A.

b) Sean F, G dos conjuntos, y $\mathcal{C}_F, \mathcal{C}_G$ particiones de cada uno respectivamente. Pruebe que si $F \cap G = \emptyset$, entonces $\mathcal{C}_F \cup \mathcal{C}_G$ es una partición de $F \cup G$. ¿Sigue siendo verdad sin la hipótesis de que los conjuntos sean disjuntos?

P4.- Sea $E \neq$ un conjunto fijo. $\forall A \subseteq E$ se define la función caracterísica de A como:

$$\delta_A : E \to \{0,1\}$$
$$x \mapsto \delta_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \in A \\ 0, & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

a) Describa $\delta_E(x)$ y $\delta_\emptyset(x)$ para todo $x \in E$

b) Demuestre que $(\forall x \in E, \delta_{A\cap B}(x) = \delta_A(x)\delta_B(x))$

c) Si $C, D \subseteq E$, entonces $C \subseteq D \iff (\forall x \in E, \delta_C(x) \leq \delta_D(x))$