

P4) tenemos la función  $\delta_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{u} \end{cases}$

a) Primero nos interesa ver  $\delta_E(x)$ .

Recordamos que E al ser cpto. de referencia

$\Rightarrow$  todo  $x \in E \Rightarrow$  todo  $x$  cumple  $\delta_E(x) = 1$

es decir  $\delta_E(x)$  es la función constante  $= 1$ .

Así mismo como ningún  $x$  pertenece a  $\emptyset$

$\Rightarrow \forall x \in E, \delta_\emptyset(x) = 0$

b) PDA:  $\forall x \in E, \delta_{A \cap B}(x) = \delta_A(x) \cdot \delta_B(x)$

Vemos que  $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

$$\begin{array}{ccc} \Updownarrow & & \Updownarrow \\ \delta_{A \cap B}(x) = 1 & & \delta_A(x) = 1 \wedge \delta_B(x) = 1 \end{array}$$

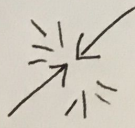
Luego  $\delta_{A \cap B}(x) = 1 \Rightarrow \delta_A(x) \cdot \delta_B(x) = 1 \cdot 1 = 1$

Además ~~si~~  $\delta_A(x) \cdot \delta_B(x) = 1 \Rightarrow \delta_A(x) = 1 \wedge \delta_B(x) = 1$ ,

Pues de lo contrario si  $\delta_A(x) \neq 1 \vee \delta_B(x) \neq 1$

$\Rightarrow \delta_A(x) = 0 \vee \delta_B(x) = 0$  Por la definición de

función característica

Lo que nos daría  $\delta_A(x) \cdot \delta_B(x) = 0 \neq 1$  

Entonces  $\delta_A(x) \cdot \delta_B(x) \Rightarrow \delta_A(x) = 1 \wedge \delta_B(x) = 1$

$$\Leftrightarrow \delta_{A \cap B}(x) = 1$$

$$\therefore \delta_{A \cap B}(x) = 1 \Leftrightarrow \delta_A(x) \cdot \delta_B(x) = 1$$

Esto si lo vemos negado daría

$$[\delta_{A \cap B}(x) \neq 1 \Leftrightarrow \delta_A(x) \cdot \delta_B(x) \neq 1]$$

Por qué?

$$\Leftrightarrow [\delta_{A \cap B}(x) = 0 \Leftrightarrow \delta_A(x) \cdot \delta_B(x) = 0]$$

$$\therefore \forall x \in E, \delta_{A \cap B}(x) = \delta_A(x) \cdot \delta_B(x) //$$

$$c) \text{ PDQ: } C \subseteq D \Leftrightarrow \forall x \in E, \delta_C(x) \leq \delta_D(x)$$

$\Rightarrow$  Para ver que  $\delta_C(x) \leq \delta_D(x)$ , basta ver que  $\forall x \in E; \delta_C(x) = 1 \Rightarrow \delta_D(x) = 1$  (Es decir, ver que nunca pasa que  $\delta_C(x) = 1 \wedge \delta_D(x) = 0$ ).

Pero  $\delta_C(x) \Leftrightarrow x \in C \Rightarrow x \in D \Leftrightarrow \delta_D(x)$ , y concluimos  $\int$

$\int$   $(C \subseteq D)$   $\int$

$\Leftarrow$  Se procede de la misma forma:

$$[\delta_C(x) \leq \delta_D(x)] \Rightarrow [\forall x \in E; \delta_C(x) = 1 \Rightarrow \delta_D(x) = 1]$$

$$\text{Pero } \delta_C(x) = 1 \Leftrightarrow x \in C \quad \wedge \quad \delta_D(x) = 1 \Leftrightarrow x \in D$$

$$\text{Luego } \delta_C(x) \leq \delta_D(x) \Rightarrow \forall x \in E; x \in C \Rightarrow x \in D \\ \Leftrightarrow C \subseteq D //$$

Nota: Las funciones de este tipo aunque no parezcan muy importantes, ven uso extensivo en problemas de optimización, probabilidades, entre otros.