Aux 17

Antes de resolver el ejercicio es bueno tener un orden para hacer este tipo de ejercicios (SRNI)

↳ Paso 1 : Definir los sistemas S y S' (quien es quien)
fijo ↲ ↳ movil

↳ Paso 2 : Definir sistemas coordenados pertinentes para S y S'

↳ Paso 3 : "Traducir" un sistema en el otro

Vectores unitarios de S en fn de los de S'
(o viceversa)

↳ Paso 4 : Determinar $\vec{r}'$, $\vec{v}'$ y $\vec{a}'$

↳ Paso 5 : Escribir las fuerzas reales:

↳ Paso 6 : Determinar $\vec{\Omega}_e$ y $\dot{\vec{\Omega}}_e$

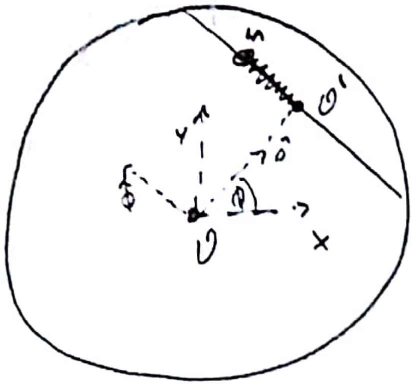
↳ Paso 7 : Determinar $\vec{a}$

↳ Paso 8 : Calcular fuerzas inerciales en coord. de S'

↳ Paso 9 : Escribir ec. de mov. y ec. escalares

↳ Paso 10 : Resolver el ejercicio

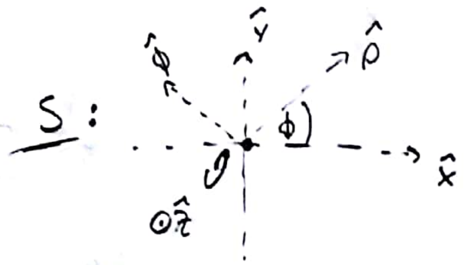
P1)

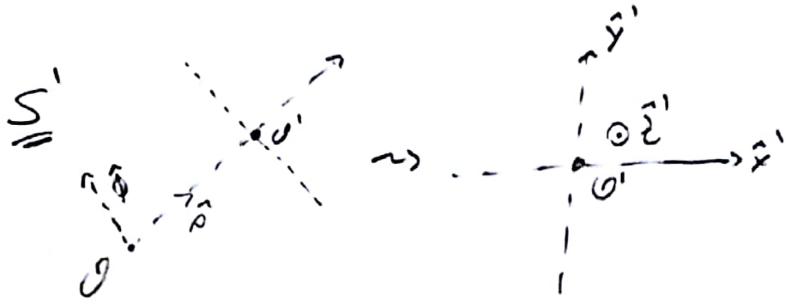


Paso 1 y 2:

Usamos polares para seguir O' (S)

Usamos cartesianos para seguir m (S')





Paso 3:

Claramente $\hat{\rho} = \hat{y}'$, $\hat{\phi} = -\hat{x}'$

cartesianos

Sabemos que $\{\hat{x}', \hat{y}'\}$ no cambian en el sistema S' $\Rightarrow$ $\left(\frac{d\hat{x}'}{dt}\right)_{S'} = 0$

pero vemos que $\{\hat{\rho}$ y $\hat{\phi}\}$ sí cambian en el sistema S, por tanto $\{\hat{x}', \hat{y}'\}$ deben cambiar según S

$$\left(\frac{d\hat{y}'}{dt}\right)_{S'} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d\hat{x}'}{dt}\right)_S = -\dot{\hat{\phi}} = \dot{\phi}\,\hat{y}'$$

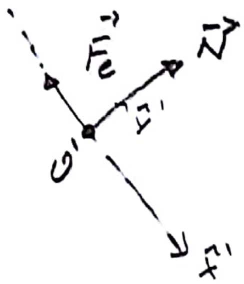
$$\left(\frac{d\hat{y}'}{dt}\right)_S = \dot{\hat{\rho}} = -\dot{\phi}\,\hat{x}'$$

Paso 4:

$\vec{r}\,' = -x\,\hat{x}'$, $\vec{a}\,' = \left(\frac{d\vec{v}\,'}{dt}\right)_{S'} = -\ddot{x}\,\hat{x}'$

$$\vec{v}\,' = \left(\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right)_{\underbrace{S'}_{\text{súper importante}}} = -\dot{x}\,\hat{x}'$$

Paso 5: (DCL en S')



$$\Rightarrow \sum \vec{F}_{real} = N\hat{y}' + k(x-d)\hat{x}'$$

Paso 6: (Ω_e y $\dot{\Omega}_e$)

$\{\hat{k}' = \hat{k}\}$

S' giro en torno a S $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{\Omega}_e = \Omega\hat{k}'}$ $\rightsquigarrow$ $\dot{\phi} = \Omega$

($\hat{x}'$ gira a una vel. angular Ω en torno a $\hat{x}$)

↳ Ω cte

$\Rightarrow$ $\boxed{\dot{\vec{\Omega}}_e = 0}$

Paso 7: ($\vec{a}$) [de un sist. con resp a otro]

O' esta a una distancia radial L de O

$$\Rightarrow R = L\hat{\rho}, \quad \dot{R} = L\dot{\phi}\hat{\phi} = L\Omega\hat{\phi}, \quad \ddot{R} = -L\Omega^2\overbrace{\hat{\rho}}^{\hat{y}'}$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{R} = -L\Omega^2\hat{y}'}$$

Paso 8: (Pseudo-Fuerzas)

Cuando hablamos de Pseudo-Fuerzas:

$$m\vec{a}' = \vec{F} \underbrace{- m\ddot{\vec{R}} - m\vec{\Omega}_e\times(\vec{\Omega}_e\times\vec{r}') - 2m(\vec{\Omega}_e\times\vec{v}') - m(\dot{\vec{\Omega}}_e\times\vec{r}')}_{\text{(Pseudo-Fuerzas)}}$$

$\circ)\ -m\ddot{\vec{R}} = +mL\Omega^2\hat{y}'$

$\circ)\ -m\Omega_e \times (\Omega_e \times r') = -m\Omega\hat{k} \times (\Omega\hat{k} \times (x\hat{x}'))$

$= -m\Omega^2 x\hat{x}'$

$\circ)\ -2m\vec{\Omega}_e \times \vec{v}' = -2m(\Omega\hat{k}') \times (-\dot{x}\hat{x}') = +2m\Omega\dot{x}\hat{y}'$

$\circ)\ m\dot{\vec{\Omega}}_e \times \vec{r}' = 0$

Paso 9: (Ec. mov)

$m(-\ddot{x}\hat{x}') = N\hat{y}' + K(x-d)\hat{x}' + mL\Omega^2\hat{y}' - m\Omega^2 x\hat{x}' + 2m\Omega\dot{x}\hat{y}'$

$\rightarrow$ $\hat{x}'|$ $\quad -m\ddot{x} = K(x-d) - m\Omega^2 x$

$\hat{y}'|$ $\quad 0 = N + mL\Omega^2 + 2m\Omega\dot{x}$

Paso 10: Resolver

a) oh, ya lo hicimos ✓✓

b) en la ec. de $(\hat{x}')$ tenemos:

$$-m\ddot{x} = Kx - m\Omega^2 x - Kd$$

$$\Leftrightarrow \quad \ddot{x} + \underbrace{\left(\frac{K}{m} - \Omega^2\right)}_{\lambda} x = \frac{Kd}{m}$$

Analizamos λ:

1) Si $\lambda > 0$ $\Rightarrow$ tenemos un osc armonico

2) Si $\lambda < 0$ $\Rightarrow$ Solucion en exponenciales reales

3) Si $\lambda = 0$ $\Rightarrow$ Acel. uniforme

c) Si $k/m > \Omega^2$, pt. eq. $\Leftrightarrow$ $\ddot{x} = 0 = \dot{x}$

$$\Rightarrow 0 + \lambda x_{eq} = \frac{kd}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{eq} = \frac{kd}{k - m\Omega^2}}$$

Analizar
$k = 0$
$\Omega = 0$

d) $\dot{x}(0) = 0$, $x(0) = x_{eq} \pm \varepsilon$ $\Rightarrow$ $x(t)$?

tenemos la EDO: $\ddot{x} + \lambda x = \frac{kd}{m}$

$$\Rightarrow r = x + \underbrace{\frac{kd}{m\lambda}}_{x_{eq}} \Rightarrow r = x + x_{eq}$$

$$\rightarrow \ddot{r} + \lambda r = 0$$

$$\hookrightarrow r = A\cos(\sqrt{\lambda}t + \delta)$$

$\therefore$ $x(t) = A\cos(\sqrt{\lambda}t + \delta) + x_{eq}$

$\hookrightarrow$ por notación $\rightsquigarrow$ $\lambda = \omega^2$

⇒ Para det. A y δ usamos las cond iniciales

•) $\dot{x} = -A\omega\, sen(\omega t + \delta)$

$\Rightarrow \quad \dot{x}(0) = -A\omega\, sen(\delta) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta = 0 \text{ o } \pi}$

•) $x(t) = A\cos(\omega t + \delta) + x_{eq}$

$x(0) = A\cos(\delta) + x_{eq} \stackrel{!}{=} x_{eq} \pm \varepsilon$

$\delta = 0, \pi \Rightarrow \cos(\delta) = 1$

$\Rightarrow \quad A + x_{eq} = x_{eq} \pm \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = \pm \varepsilon}$

∴ tomamos $\delta = 0$, $A = +\varepsilon$

$\Rightarrow \quad \vec{r}'(t) = -x\,\hat{x}' = -(\varepsilon\cos(\omega t) + x_{eq})\,\hat{x}'$

$\rightarrow \quad \vec{r}'(t) = -\left(\varepsilon\cos\left(\sqrt{\frac{K}{m} - \Omega^2}\, t\right) + \frac{Kd}{K - m\Omega^2}\right)$

e) N?

Usando la ec. en $\hat{y}'$ $\rightarrow \quad 0 = N + mL\Omega^2 + 2m\Omega\dot{x}$

$\Rightarrow \quad N = -m\Omega(\Omega L + 2\dot{x})$

$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{N} = (2m\,\varepsilon\Omega\omega\, sen(\omega t) - mL\Omega^2)\,\hat{y}'}$