



## Auxiliar # 1

### Vectores, Tensores y Rotaciones

Auxiliar: Cristóbal Zenteno  
27/09/2018

#### Problema 1: [Coordenadas Hiperbólicas]

Tenemos un sistema con coordenadas hiperbólicas  $(u, v)$  definidas como:

$$x^1 = x = ve^u$$

$$x^2 = y = ve^{-u}$$

Donde  $(x, y)$  son coordenadas cartesianas con métrica  $g_{ij} = \delta_{ij}$

- Encontrar la matriz de transformación  $L^i_{j'}$ , en términos de  $u$  y  $v$ , además calcular la transformación inversa.
- Encontrar la base coordenada  $\hat{e}_{i'}$  en términos de la base original  $(\hat{x}, \hat{y})$ .
- Calcular los elementos de la métrica transformada  $g^{i'j'}$ .

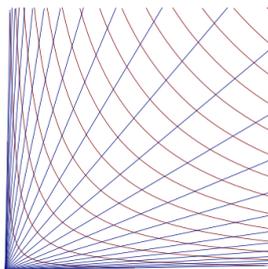


Figura 1: Coordenadas Hiperbólicas

#### Problema 2: [Tensores Antisimétricos]

- Mostrar que un tensor antisimétrico siempre se puede escribir como:

$$A_{ij} = \varepsilon_{ijk} \omega^k$$

$$\text{Donde } \omega_k = \frac{1}{2} \varepsilon_{klm} A^{lm}$$

- Determinar como transforma  $A_{ij}$  si se le aplica una transformación de la forma  $L^i_{j'}$
- ¿Qué ocurre si esa transformación es una rotación? ¿Y en el caso que fuera una inversión?

#### Problema 3: [Ley de Ohm]

Una forma más general de proponer la ley de Ohm del electromagnetismo, que combina el campo eléctrico dentro de un material con las corrientes que fluyen por él, tiene la forma:

$$J_i = \sigma_{ij} E^j$$

- Si  $J_i$  y  $E^j$  transforman como tensores, mostrar que  $\sigma_{ij}$  también.
- Se define un tensor isotrópico como aquel que es invariante ante rotaciones. Mostrar que el único tensor isotrópico de orden 2 es  $\delta_{ij}$ .
- ¿Qué ocurre con la ley de Ohm en un medio isotrópico?