Auxiliar # 11 - 12

Jornada doble de Cuántica.

Auxiliar: Cristóbal Zenteno

29/11/2018

PRIMERA PARTE

Problema 1: [Efecto túnel.]

Tenemos una partícula (de masa m y energía E) que interactúa con una barrera de potencial definida por:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 < x < a \\ 0 & \text{Otro Caso} \end{cases} \tag{1}$$

Calcular los coeficientes de Reflexión y transmisión de la barrera para os casos $E < V_0$ y $E > V_0$, comparar con el caso clásico. Ver también que ocurre en los casos límite.

Problema 2: [Condición inicial y formalismo.]

Consideremos un pozo de potencial infinito y la siguiente condición inicial:

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{5a}}\left(\sqrt{2}sen(\tfrac{\pi x}{a}) + 2sen(\tfrac{3\pi x}{a}) + 2sen(\tfrac{4\pi x}{a})\right)$$

a) Escriba esta condición inicial como combinación lineal de los autoestados $|\psi_n\rangle$ (normalizados) del pozo de potencial infinito.

b) Calcule $|\psi(t)\rangle$

c) Si se mide la energía, ¿que valores pueden obtenerse?, ¿Con que probabilidad?. ¿Dependen del tiempo estas probabilidades?

d) Calcule el valor de expectación de la energía, ¿Depende del tiempo?.

Auxiliar # 11 - 12

Jornada doble de Cuántica.

Auxiliar: Cristóbal Zenteno
29/11/2018

SEGUNDA PARTE

Problema 3: [Funciones de onda, momento e incertidumbres.]

Consideremos la siguiente función de onda (definida en todo el espacio) en $t = 0$:

$$\psi(x) = \frac{A}{x^2 + a^2}$$

a) Calcular la constante de normalización.

b) Calcular $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ y $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$

c) Obtener la función de onda en el espacio de momento, $\widetilde{\psi}(p)$

d) Usando la parte anterior, encontrar $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$ y $\sigma_x = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$

e) Verificar el principio de incertidumbre en esta función de onda.

Problema 4: [Sistema de dos niveles y evolución temporal.]

Una caja que contiene una partícula es dividida en 2 compartimentos, derecho e izquierdo, separados por una delgada pared. Si se sabe que la partícula está en el lado derecho (o izquierdo) con certeza, el estado será representado por el ket $|R\rangle$ ($|L\rangle$), donde hemos despreciado las variaciones espaciales dentro de cada mitad de la caja. El estado mas general se puede escribir como:

$$|\alpha\rangle = |R\rangle \langle R|\alpha\rangle + |L\rangle \langle L|\alpha\rangle$$

Donde $\langle R|\alpha\rangle$ y $\langle L|\alpha\rangle$ pueden ser considerados como "funciones de onda". La partícula puede pasar a través de la partición; este efecto tunel es caracterizado por el Hamiltoniano:

$$\hat{H} = \Delta(|L\rangle \langle R| + |R\rangle \langle L|)$$

con Δ es un valor real con dimensiones de energía.

a) Encuentre las autoenergías normalizadas. ¿Cuales son los correspondientes autovectores?

b) Suponga que el sistema, en $t = 0$, es representado por $|\alpha\rangle$ como se da arriba. Encuentre el estado $|\alpha(t)\rangle$ para $t > 0$ aplicando apropiadamente el operador de evolución temporal a $|\alpha\rangle$

c) Suponga que en $t = 0$ la partícula está en el lado derecho con certeza. ¿Cual es la probabilidad de encontrar la partícula en el lado derecho en función del tiempo?.