Auxiliar # 13

Oscilador Armónico Cuántico.

Profesor: Gonzalo Palma
Auxiliar: Cristóbal Zenteno
20/12/2018

Problema 1: [Incertidumbre de un estado estacionario del oscilador.]

Encuentre $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$ para el n-avo estado estacionario jni del oscilador armónico cuántico. Compruebe que se satisface el principio de incertidumbre $\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2}$.

Problema 2: [Estados Coherentes.]

En el problema anterior usted debió haber constatado que $\sigma_x \sigma_p = \frac{\hbar}{2}$ solo se cumple para el caso $n = 0$. Sin embargo, existen ciertas combinaciones lineales de los estados $|n\rangle$ que minimizan el producto $\sigma_x \sigma_p$. Dichos estados $|\alpha\rangle$ se conocen como estados coherentes y son autovectores del operador de bajada $\hat{a}$

$$\hat{a}\,|\alpha\rangle = \alpha\,|\alpha\rangle$$

Note que dado que $\hat{a}$ no es hermítico, α puede ser un número complejo.

a) Calcule $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$ para el estado $|\alpha\rangle$. (Recuerde que $\hat{a}^\dagger$ es el hermítico conjugado de $\hat{a}$).

b) Encontrar $\sigma_x \sigma_p$ y verificar que $\sigma_x \sigma_p = \frac{\hbar}{2}$

c) Como cualquier vector, un estado coherente puede ser expandido en términos de la base $|n\rangle$:

$$|\alpha\rangle = \sum_n C_n\,|n\rangle$$

Muestre que los coeficientes C_n vienen dados por:

$$C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0$$

d) Demostrar que $C_0 = e^{-|\alpha|^2/2}$ normalizando $|\alpha\rangle$

e) Ahora inserte la dependencia temporal de cada modo estacionario:

$$|n\rangle \rightarrow e^{-iE_n t/\hbar}\,|n\rangle$$

Y mostrar que $|\alpha(t)\rangle$ continúa siendo autovector de $\hat{a}$, pero ahora con su autovalor evolucionando en el tiempo de la forma:

$$\alpha(t) = e^{-i\omega t}\alpha$$

Es decir, un estado coherente permanece coherente, y por lo tanto, continúa minimizando el principio de incertidumbre.