

MA3705 - Algoritmos Combinatoriales**Profesora:** Maya Stein**Auxiliar:** Tomás Martínez M.**Fecha Auxiliar:** 19 de Noviembre, 2018

Tarea 7: Primal Dual e Intersección de Matroides

P1. [70 %] Algoritmo Primal Dual

La idea de este problema es encontrar un cubrimiento de vértices de peso mínimo en un grafo G con pesos en sus vértices. Para ello se proponen los siguientes pasos.

- a) Escriba la relajación de este problema como un problema de programación lineal (PL) y encuentre su dual. Interprete el dual en términos de grafos.
- b) Formule un algoritmo tipo primal-dual que haga lo siguiente:
 - i) Empieza con valores 0 en todas las aristas y en todos los vértices, y parten todas las aristas sin congelar.
 - ii) En cada paso, aumenta el valor de una arista $e = vw$ no congelada (cualquiera) hasta que alguno de los vértices v o w queden con una restricción ajustada. Sea u dicho vértice, asigna valor 1 a u , y congela todas las aristas incidentes con él.
 - iii) Termina cuando todas las aristas se encuentran congeladas, y devuelve el conjunto X de todos los vértices v que tienen valor 1.
- c) Muestre que el algoritmo termina con soluciones factibles tanto para el dual cuanto para el primal.
- d) Muestre que el conjunto X entregado por el algoritmo tiene peso a lo mas 2 veces el peso de la solución óptima.

Hint: Recuerde que que si Y es solución factible del problema dual, entonces $b^T Y$ es cota inferior para la solución óptima del primal.

P2. [30 %] Intersección de Matroides

- a) Muestre que se puede aplicar el algoritmo de intersección de matroides al problema del matching máximo en grafos bipartitos (Teorema de König).
- b) Siguiendo con el caso anterior ¿Como se traduce el X_1 - X_2 -camino del algoritmo a la situación de un grafo?