MA3705 - Algoritmos Combinatoriales
Profesora: Maya Stein
Auxiliar: Tomás Martínez M.
Fecha Auxiliar: ?? de Diciembre, 2018

Aux 12: Repaso

P1. [60 %]

Sea ϕ una formula en 3CNF. Una $\neq$-asignación de las variables de ϕ es una donde cada clausula contiene 2 literales con valores de verdad distintos (o sea que una $\neq$-asignación satisface ϕ sin asignar 3 literales verdaderos en ninguna clausula).

a) Muestre que la negación de cualquier $\neq$-asignación es también una $\neq$-asignación.

b) Sea $\neq$-SAT el conjunto de formulas en 3CNF que tienen alguna $\neq$-asignación que las satisface. Muestre que tenemos una reducción en tiempo polinomial desde 3SAT a $\neq$-SAT reemplazando cada clausula c_i de la forma

$$(y_1 \vee y_2 \vee y_3)$$

Por 2 clausulas

$$(y_1 \vee y_2 \vee z_i) \quad \text{y} \quad (\bar{z}_i \vee y_3 \vee b)$$

donde z_i es una nueva variable para cada c_i, y b es una sola nueva variable.

Concluya que $\neq$-SAT es NP-Completo.

P2. [40 %] Muestre que el algoritmo greedy da una 2-aproximación para el problema de matching de cardinalidad máxima. Para ello le recomendamos ver el grafo $M \cup M'$, donde es el matching entregado por el algoritmo greedy y M' es un matching de cardinalidad máxima .

P3. Dados los números $k_1, \ldots, k_n, l_1, \ldots, l_n \in \{0, \ldots, n\}$, con $\sum_{i=1}^{n} k_i = \sum_{i=1}^{n} l_i$, se desea saber si existe una matriz $P \in \{0, 1\}$ tal que la suma de fila $i-$ésima de P es k_i y la suma de la columna $j-$ésima es l_j para todo i y j.

Plantee el problema como un problema de intersección de dos matroides. Argumente que su planteamiento basta para encontrar un algoritmo que resuelve el problema en tiempo polinomial.