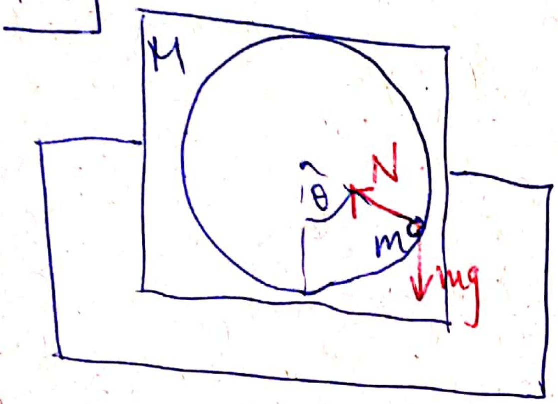
Pauta AUX #6

P1



a) $N - mg\cos\theta = \dfrac{m v^2}{R}$ (1) ← desconocido

$E_i(\theta=0) = E_f(\theta)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(R - R\cos\theta)$

$\Rightarrow v_\theta = \sqrt{v_0^2 - 2g(R - R\cos\theta)}$ (2)

(2) en (1) $\Rightarrow \boxed{N = \frac{m}{R}\left(v_0^2 - 2g(R - R\cos\theta)\right) + mg\cos\theta}$

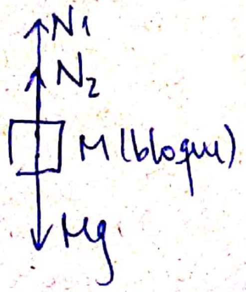
b) ① Punto crítico : $\theta = \pi$. Ahí la normal va hacia abajo, por lo que es el punto donde mayor es la probabilidad de que la masa se caiga. Si imponemos que en $\theta=\pi$, no se cae, en ningún otro punto se va a caer tampoco.

$N(\pi) = \frac{m}{R}(v_0^2 - 2g \cdot 2R) - mg$

$= \frac{m}{R}(v_0^2 - 4gR) - mg \overset{!}{\geq} 0$ ← imponer

$\Rightarrow \boxed{v_0 \geq \sqrt{5gR}}$

② Para que el bloque no suba, imponemos que en $\theta=\pi$, la normal N_2 de la masa sobre el bloque no sea mayor que el peso del bloque, para mantener la normal N_1 de la superficie del orificio sobre el bloque mayor a 0.



$N_1 + N_2 - Mg = 0 \Rightarrow N_1 = Mg - N_2 \overset{!}{\geq} 0$

$\Rightarrow N_2 \leq Mg$

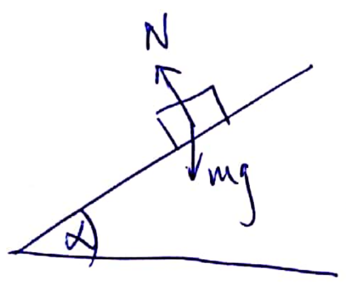
Por 3ª Ley de Newton, N_2 = normal calculada en parte a).

$\Rightarrow \frac{m}{R}(V_0^2 - 4gR) - mg \leq Mg$

$\Rightarrow V_0 \geq (M+m)g\frac{R}{m} + 4gR = \boxed{\left(\frac{M}{m}+5\right)gR}$

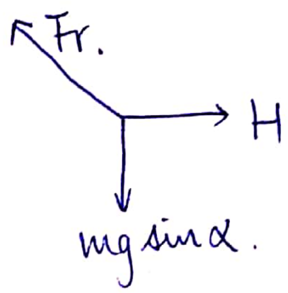
P2 a)

Vista transversal:



$N = mg\cos\alpha$.

Vista sobre el plano inclinado:



$Fr^2 = H^2 + m^2g^2\sin^2\alpha = (\mu N)^2$

caso límite en que justo alcanza a mover.

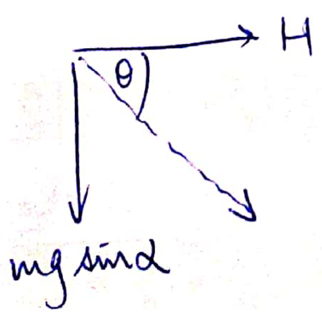
$= \mu^2 m^2 g^2 \cos^2\alpha$.

$\Rightarrow \mu^2 m^2 g^2 \cos^2\alpha = m^2 g^2 \sin^2\alpha + H^2$.

$\Rightarrow H^2 = m^2 g^2 (\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$

$\overset{\mu=2\tan\alpha}{=} 3m^2g^2\sin^2\alpha$.

b) Dirección mov:



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{H}{mg\sin\alpha}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\,\cancel{mg\sin\alpha}}{\cancel{mg\sin\alpha}}\right)$

$= 60°$.

P3

$F_r = \mu N = \mu m g$

$$E_i = E_f + |W_r|$$

$$\frac{1}{2}k\delta_0^2 = \frac{1}{2}k\delta_1^2 + \mu m g(\delta_0 + \delta_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k\cancel{(\delta_0+\delta_1)}(\delta_0-\delta_1) = \mu m g\cancel{(\delta_0+\delta_1)}$$

$$\Rightarrow \delta_0 - \delta_1 = \frac{2\mu m g}{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_1 = \delta_0 - \frac{2\mu m g}{k}}$$

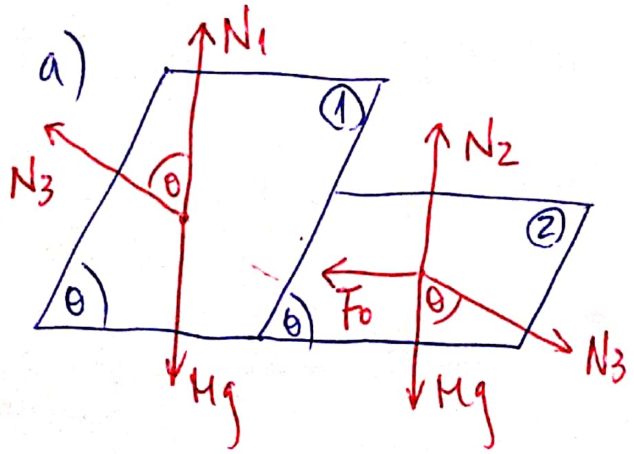
Para las siguientes oscilaciones, la relación es análoga, pues las expresiones de las energías son las mismas, y el trabajo del roce solo cambia de acuerdo a la distancia recorrida, que también está incluida en las energías, por lo que el desarrollo es el mismo hasta que el movimiento se detenga.

$$\therefore \boxed{\delta_{i+1} = \delta_0 - \frac{2\mu m g}{k}}$$

← Tiene sentido que cada elongamiento sea menor que el anterior, porque se gasta energía con el roce.

P4

a)



(*) Condición: $\boxed{N_1 = 0}$ para que esté a punto de despegarse.

① $\cancel{N_1}^{0} + N_3\cos\theta = Mg$ (1)

$N_3 \sin\theta = Ma$ (2)

② $N_2 = Mg + N_3\cos\theta$ (3)

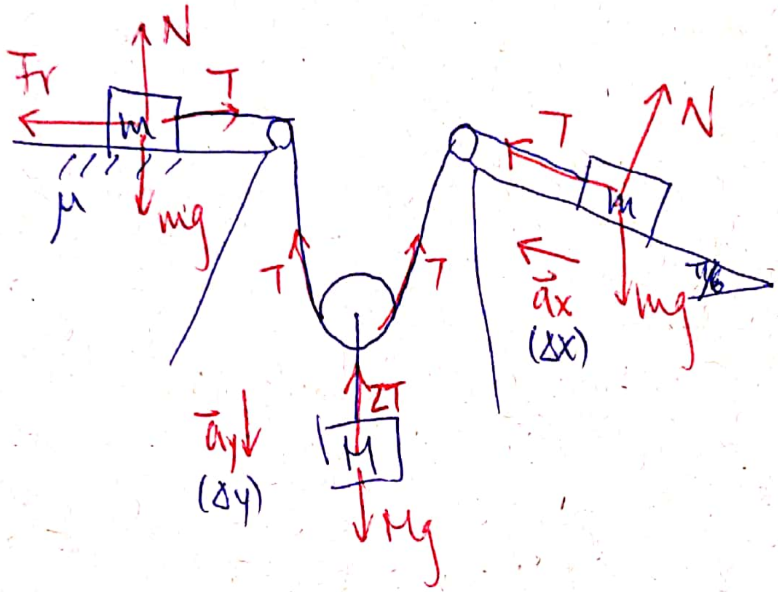
$F_0 - N_3\sin\theta = Ma$ (4)

(2) en (4) $\Rightarrow F_0 = 2N_3 \cancel{\cos}\sin\theta$.

(1) $\Rightarrow N_3 = \dfrac{Mg}{\cos\theta}$.

$$\boxed{F_0 = 2Mg\tan\theta}$$

P5



Asumamos dirección positiva que la masa M cae.

$\Delta x = 2\Delta y$.

$\Rightarrow a_x = 2a_y$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$;

$Mg - 2T = Ma$ (1)

$T - Fr = 0$ ← justo antes de moverse (2)

$T - mg\sin\frac{\pi}{6} = 2ma$ (3)

(2) en (3) $\Rightarrow \mu \cancel{m}g - \cancel{m}g\sin\frac{\pi}{6} = 2\cancel{m}a$

$\Rightarrow a = \frac{g}{2}(\mu - \sin\frac{\pi}{6}) = \frac{g}{2}(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}) = -\frac{g}{8} < 0$ (4)

∴ La aceleración es hacia el otro lado, o el bloque M igual baja, pero desacelerándose. Solo la primera opción puede lograr que la masa del plano horizontal se mueva.

(1) $\Rightarrow Mg - 2\mu mg = -\frac{Mg}{8}$

$\Rightarrow \frac{9}{8}M\cancel{g} = 2\cdot\frac{1}{4}m\cancel{g}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{M}{m} = \frac{4}{9}}$

↳ ahora tiene sentido que M > m, para que M suba

Para que M baje, imponemos $a > 0$

(4) $\Rightarrow a = \frac{g}{2}(\mu - \sin\frac{\pi}{6}) \overset{!}{>} 0$

$\Rightarrow \mu > \sin\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \boxed{\mu > \frac{1}{2}}$