P1 - Control 2 - Electromagnetismo

⟹ **Puntajes:**

- 1.0 - Consideraciones de simetría. Primeros supuestos.
- 1.0 - Encontrar $\vec{D}$
- 1.0 - Encontrar $\vec{E}$
- 1.0 - Calcular ΔV
- 1.0 - Capacitancia
- 1.0 - Capacitancia por unidad de largo.

***Observaciones**

Descuentos por:

- direcciones
- C negativa
- errores con la permitividad.

De la fórmula de Capacitancia, $C = \frac{Q}{\Delta V}$, se desprende que necesitamos encontrar ΔV ojalá en función de Q, para que se simplifiquen.
Por su parte, para encontrar ΔV resulta útil obtener $\vec{E}$

De acuerdo con la simetría cilíndrica podemos decir que $\boxed{\vec{E} = E(r)\hat{r}}$
Así, usando Ley de Gauss en medios materiales.

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q \quad \Rightarrow \quad D(r)\cdot 2\pi r l = Q$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \frac{Q}{2\pi r l}\hat{r} \quad (b<r<c)}$$

Como $\vec{D} = \underset{\kappa\epsilon_0}{\epsilon}\vec{E}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q}{2\pi r l \kappa\epsilon_0}\hat{r} \quad (b<r<c)}$$

Luego,

$$\boxed{\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{2\pi r \ell \epsilon_0}\hat{r} & (a<r<b) \\ \dfrac{Q}{2\pi r \ell K \epsilon_0}\hat{r} & (b<r<c) \end{cases}}$$

$$\vec{E}_{r<a} = 0 \quad \text{[CONDUCTOR]}$$

$$\Delta V = V(c) - V(a) = -\int_a^b \frac{Q}{2\pi r \ell \epsilon_0}dr - \int_b^c \frac{Q}{2\pi r \ell K \epsilon_0}dr$$

$$= \frac{-Q}{2\pi \ell \epsilon_0}\left[\int_a^b \frac{dr}{r} + \frac{1}{K}\int_b^c \frac{dr}{r}\right] = \boxed{\frac{-Q}{2\pi \ell \epsilon_0}\left[\ln(b/a) + \frac{1}{K}\ln(c/b)\right] = \Delta V}$$

Así, la capacitancia queda.

$$\boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{2\pi \ell \epsilon_0}{\ln(b/a) + \frac{1}{K}\ln(c/b)}}$$

Finalmente, la capacitancia por unidad de largo.

$$\boxed{C^* = \frac{C}{\ell} = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(b/a) + \frac{1}{K}\ln(c/b)}}$$

DiLAND