MA1101-3 Introducción al Álgebra
MA1001-3 Introducción al Cálculo
Profesores: Pablo R. Dartnell R. , Leonardo Sánchez C.
Auxiliares: Felipe Hernández C. , Patricio Yañez A.

Auxiliar Extra Control 1

3 de Abril de 2019

P1. *Lógica y cuantificadores*

a) Suponga que las siguientes proposiciones son verdaderas:

$$(x \in A \wedge y \in B) \Rightarrow y \in A$$

$$(x \notin A \vee y \in A) \Rightarrow y \notin B$$

Demuestre que $y \notin B$ es verdadera

b) Demuestre que si $(\exists x)P(x) \Rightarrow (\forall x)P(x)$, entonces $P(x)$ es siempre verdadera o siempre falsa.

.

P2. *Axiomas, Inducción, desigualdades y valor absoluto*

a) Demostrar la siguiente propiedad:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, -((-a) + b) = a - b$$

Lo que busca este ejercicio es que puedan aplicar la axiomática de los reales para poder justificar la igualdad, recordar el concepto fundamental de unicidad.

b) Demostrar la siguiente desigualdad:

$\forall x_i \in \mathbb{R}, i \in \mathbb{N}$

$$|x_1 + x_2 + ... + x_{n-1} + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + ... + |x_{n-1}| + |x_n|$$

Lo que busca esta pregunta es desarrollar el concepto de inducción con desigualdades, además contextualizar un poco el valor absoluto que será usado más adelante.

c) Demuestre que:

$$\frac{1}{x+1} \leq |x| + \frac{1}{|x-1|}$$

A partir de

$$\frac{1}{x+1} \leq |x + \frac{1}{x-1}|$$

Y para la primera desigualdad calcule el conjunto solución:
Recordar que la función $f(x) = -x^3 + x - 2$, $\forall x < x_1 \Rightarrow f(x) > 0 \wedge \forall x > x_1 \Rightarrow f(x) < 0$, siendo x_1 la raíz del polinomio que verifica $f(x_1) = 0$ y siendo su único cambio de signo.

P3. ***Inducción fuerte y desigualdades***

a) Considere la siguiente colección de números reales definida por:

$$u_0 = 2$$
$$u_1 = 3$$
$$u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1}, (\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1)$$

Demuestre que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n + 1$

b) Sean $a_1, a_2, ..., a_n \in (-1, 0]$. Probar que:

$$(1 + a_1)(1 + a_2)...(1 + a_n) \geq 1 + a_1 + a_2 + ... + a_n \quad \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$