

### Resumen

**Definición** (Módulo). Sea  $x \in \mathbb{R}$ , llamaremos módulo de  $x$  al real definido por:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

**Proposición 1.** Se tienen las siguientes propiedades:

- (i)  $\forall x \in \mathbb{R} |x| \geq 0$
- (ii)  $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- (iii)  $\forall x, y \in \mathbb{R}, |xy| = |x| \cdot |y|$
- (iv)  $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
- (v)  $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \vee x \geq a$
- (vi)  $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$

**Definición** (Lugar geométrico). Es el conjunto de puntos que satisfacen una condición dada

**Definición** (Raíz cuadrada). Sea  $x$  un real no negativo, definimos su raíz cuadrada como aquel número  $t$ , tal que  $t^2 = x$  y lo denotamos como  $\sqrt{x} = t$ .

**Observación.** Por el momento asumiremos la existencia y unicidad de la raíz cuadrada para cada real no negativo, pues nos faltan herramientas para demostrar esto uwu

**Definición** (Distancia entre puntos). Dados dos puntos  $P_1 = (x_1, y_1)$  y  $P_2 = (x_2, y_2)$ , entonces la distancia entre  $P_1$  y  $P_2$  estará dada por:

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Definición** (Circunferencia). Definimos la circunferencia  $\mathcal{C}$  de centro  $A = (x_0, y_0)$  y radio  $r$  como el lugar geométrico de todos los puntos tales que su distancia a  $A$  es exactamente  $r$ , es decir:

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : d(A, (x, y)) = r\}$$

Usando la fórmula para distancia, obtenemos que:

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2\}$$

**Definición** (Ecuación general de la recta).

$$\mathcal{L} : ax + by + c = 0$$

**Definición** (Pendiente de una recta). Sea un recta  $\mathcal{L}$  no vertical, con dos puntos  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  distintos en ella, definimos la pendiente de  $\mathcal{L}$  como el real  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

**Definición** (Ecuación de la recta, punto pendiente).

$$\mathcal{L} : (y - y_0) = m(x - x_0)$$

**Definición** (Ecuación de la recta dados dos puntos).

$$\mathcal{L} : (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

**Definición** (Ecuación principal de la recta).

$$\mathcal{L} : y = mx + n$$

**Definición** (Simetral). Dados dos puntos  $P, Q$  distintos, definimos la simetral como la recta:

$$\mathcal{L} : d(P, (x, y)) = d(Q, (x, y))$$

**Definición** (Paralelismo). Dos rectas  $L$  y  $L'$  son paralelas ssi  $L = L'$  o bien  $L \cap L' = \emptyset$

**Definición** (Perpendicularidad). Dos rectas  $L$  y  $L'$  son perpendiculares ssi para todo par de puntos distintos  $P, Q \in L$ , la simetral entre  $P$  y  $Q$  es paralela a  $L'$