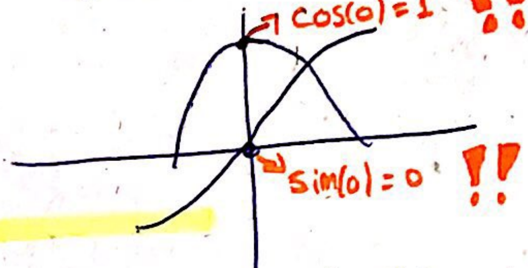
Seno es seccsi
coseno es cocsis



P1) $f(x) = A\cos(mx + h) + k$

a) $A = 1$, $m = 1$, $k = 0$, $h = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \boxed{\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = f(x)}$

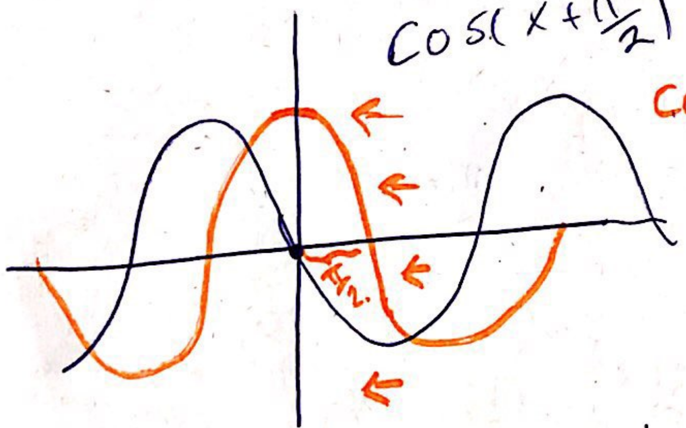
	0	30	45	60	90
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	1	2	3	4
cos	4	3	2	1	0

$\dfrac{\sqrt{\ }}{2}$

¿Qué ocurre si hago una traslación en el eje X?

Me traslado lo contrario al eje X, entonces muevo toda la función $\frac{\pi}{2}$ a la Izquierda.

$\Rightarrow$



- Dom f? Son los $\mathbb{R}$, pues la función no se indetermina,
- Rec f? $\cos(y) = f(y)$; $f: \mathbb{R} \to \overbrace{[-1,1]}^{\text{Rec Cod}} \subseteq \mathbb{R}$

Periodo, siempre el periodo de $\cos(y)$, $y \in \mathbb{R}$ es 2π //

- Intervalo de Bigectividad

f es Bigectiva $\Leftrightarrow$ f es imyectiva $\wedge$ f es sobreyectiva

Habria que redefinir la función

$$f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$$

Allí el rec es $[-1,1]$ y su cod $= [-1,1]$

$$\forall y \in [-1,1], \exists x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \mid f(x) = y$$

Para la sobreyectividad cumple def.

Imyectividad $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

$x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$ ///

Se tiene que la función es estrictamente creciente o estrictamente decreciente

Veamos si $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ la función es est. decreciente

$\Rightarrow$ dado $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_2) - f(x_1) < 0 \Leftrightarrow f(x_2) < f(x_1)$

$\Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_2) \neq f(x_1)$

$\therefore$ imyectiva //.

$\therefore f'(x)$ es Bigectiva

b) $A=2,\ n=2,\ k=-2,\ h=-\frac{\pi}{4}$.

$\Rightarrow f(x) = 2\cos\left(2x + -\frac{\pi}{4}\right) - 2$

Recordemos ponderación y traslación.

dado $f(x)$

si tengo $a f(x)$, $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$

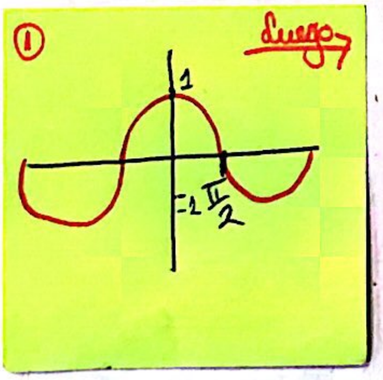
si $a \in (1,\infty)$ se amplifica } eje y.
si $a \in (0,1)$ se reduce

dado $f(x)$ si $f(ax)$ $\Rightarrow$ hago lo contrario al caso anterior, $a \neq 0$

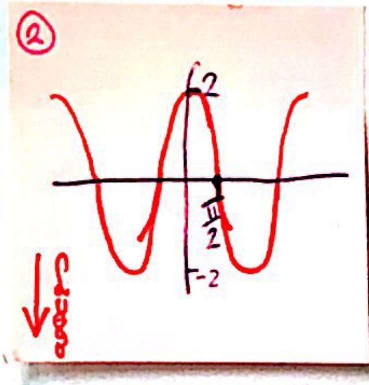
si $a \in (0,1)$ se amplifica
si $a \in (1,\infty+)$ se reduce.

Vamos construyendo la función ahora!

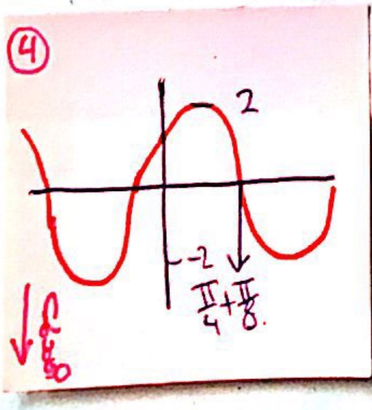
$f(x) = \cos(x)$



$f(x) = 2\cos(x)$

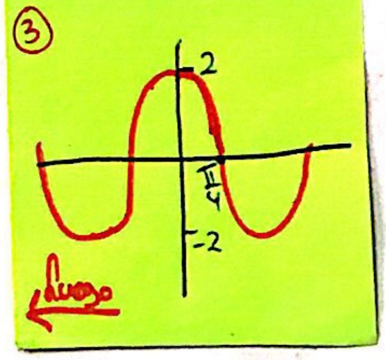


$f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{4})$



$f(x) = 2\cos(2x)$

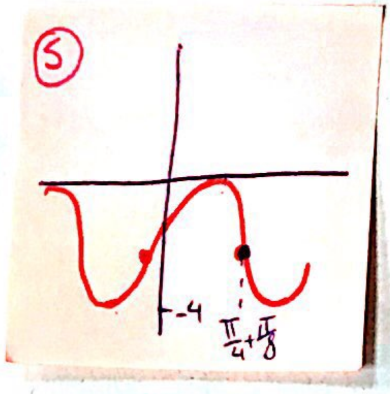
→ se mueve $\pi/8$ →.



Scanned with CamScanner

$f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{4}) - 2$

5



Final !!

- Dom $f = \mathbb{R}$
- Rec $f = [-4, 0]$
- Periodo $= 2\pi$
- Intervalo de Biyectividad

Sea $f': [-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}] \to [-4, 0]$.

Por definición es biyectiva, luego esta función es creciente en

$[-\frac{3}{8}\pi, \frac{\pi}{8}]$ $\quad f(x_2) - f(x_1) < 0$

$f(x_2) < f(x_1)$

$x_1 < x_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_2) \neq f(x_1)$

$\therefore$ Inyectiva

$\therefore$ Biyectiva

$-1-3\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2}\right)+1$ # Propuesta

El desarrollo es similar, desarrollen la y comenten la respuesta obtenido un post en el foro.

Luego verificare la respuesta para el feedback correspondiente.

P2

a) $f(x) = \cos^2(x)$

Si $\cos(x)$ es par $\Rightarrow \underbrace{\cos(x) = \cos(-x)}_{①}$

$\cos^2(x) = \cos(x)\cos(x) \overset{①}{=} \cos(-x)\cos(-x) = \cos^2(-x)$

$f(x)$ Par.

Luego sabemos que $\cos(x)$ es decreciente en $[0, \pi/2]$

$\Rightarrow f(x_2) - f(x_1) < 0$ si $x_1 < x_2$

$\Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$

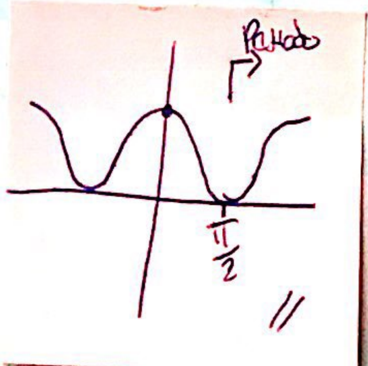
Luego $f([0, \pi/2]) > 0$, Además si definimos $g: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$; $g(x) = x^2$. Es biyectiva y creciente $\forall x \in \mathbb{R}^+$ En particular para $(0,1)$

$\Rightarrow f(x_2)^2 < f(x_1)^2 \Rightarrow f(x_2)^2 - f(x_1)^2 < 0$, con $x_1 < x_2$

$\Rightarrow f(x) = \cos^2(x) \downarrow$ si $x \in [0, \pi/2]$!

Veamos ahora $f(0) = \cos(0)^2 = 1^2 = 1$

$f(\pi/2) = \cos(\pi/2)^2 = 0^2 = 0$



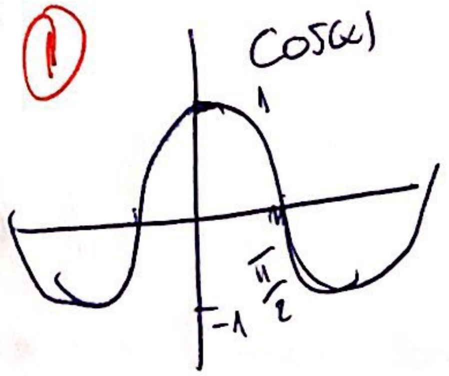
$f(x) \geq 0$

$\underbrace{\cos^2(x)}_{y^2} \geq 0$, $\forall y \in \mathbb{R}$

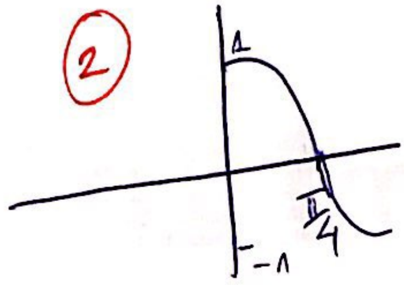
$$g(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2}$$

$\cos(2x)$

1

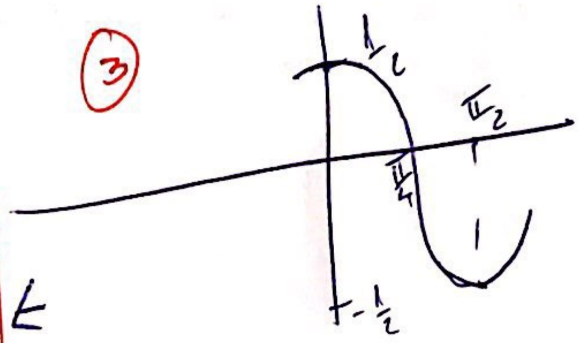


2



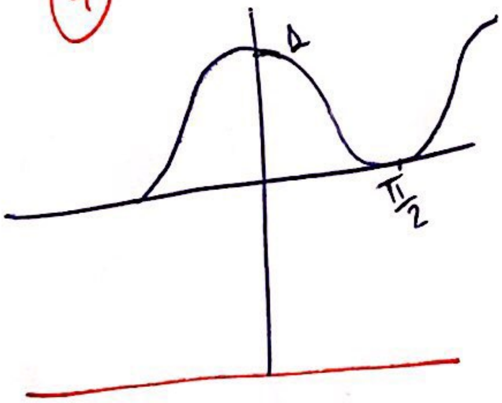
$\frac{\cos(2x)}{2}$

3



final
4

$\frac{\cos(2x)}{2} + \frac{1}{2}$



c) Conclua $f(x) = g(x)$?

$$\frac{1+\cos(2x)}{2} = \frac{1+\cos^2(x)-\operatorname{sen}^2(x)}{2} = \frac{\cancel{\operatorname{sen}^2}+\cos^2(x)+\cos^2(x)-\cancel{\operatorname{sen}^2(x)}}{2}$$

$$= \cos^2(x)$$

p.

PDQ.

$$\frac{1}{2}\sin(x)\sec^2\left(\frac{x}{2}\right)+\cos(x)\,tg\left(\frac{x}{2}\right)-\sin(x)=0$$

$$\frac{1}{2}\sin(x)\cdot\frac{1}{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}+\cos(x)\cdot\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}-\sin(x)=\cancel{0}$$

$x=2\alpha.$

$$\frac{1}{2}\sin(2\alpha)\frac{1}{\cos^2(\alpha)}+\cos(2\alpha)\frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}-\operatorname{sen}(2\alpha)$$

$$=\operatorname{sen}\alpha\frac{\cancel{\cos\alpha}}{\cos^{\cancel{2}}(\alpha)}+\left(\cos^2(\alpha)-\operatorname{sen}^2(\alpha)\right)\frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}-\sin(2\alpha)$$

$$=tg\,\alpha\left(1+\cos^2\alpha-\sin^2(\alpha)\right)-\operatorname{sen}(2\alpha)$$

$$=tg\,\alpha\left(\cancel{\operatorname{sen}^2\alpha}+\cos^2\alpha+\cos^2(\alpha)-\cancel{\operatorname{sen}^2(\alpha)}\right)-\operatorname{sen}(2\alpha)$$

$$=2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha-\operatorname{sen}2\alpha$$

$$=\operatorname{sen}(2\alpha)-\sin(2\alpha)$$

Scanned with CamScanner