Introducción al Cálculo 2019-1

Tutoría Movilizada

14 de mayo de 2019

P1. Considere la función definida por $f(x) = \frac{2x}{1-|x|}$

a) Determine el dominio, ceros y paridad de f

b) Determine asíntotas verticales y horizontales f

c) Demuestre que $\forall y > 0$ existe $x \in (0,1)$ tal que $y = f(x)$. Use este resultado para deducir que f restringida al intervalo $(-1,1)$ es epiyectiva en $\mathbb{R}$

P2. Considere los puntos $A(a,0)$ y $B(-a,0)$, donde $a > 0$. Encuentre el lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$ tal que las pendientes de las rectas L_{PA} y L_{PB} satisfacen la siguiente relación:

$$m_{PA} = \frac{2m_{PB}}{1 - m_{PB}^2}$$

P3. Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas:

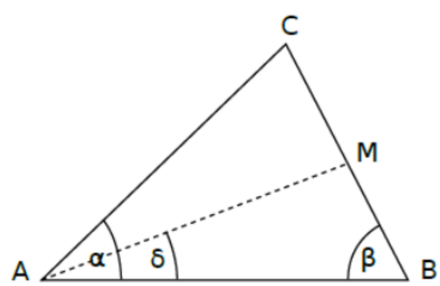
a) $\cos^3(x) + \sin^3(x) = 1 - \frac{\sin(2x)}{2}$

b) $\tan(x)\operatorname{sen}(4x) = 4(1 - 2\operatorname{sen}^2(x))$

c) $\cos^2(x) + \cos^2(2x) + \cos^2(3x) = 0$

P4. En el triángulo ABC de la figura, M es el punto medio del lado $\overline{\mathrm{BC}}$. Demuestre que:

$$\cot(\delta) = 2\cot(\alpha) + \cot(\beta)$$



P5. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ no vacío y acotado superiormente, y $\lambda > 0$. Si definimos el conjunto $\lambda A = \{x \in \mathbf{R} | x = \lambda \cdot a, a \in A\}$, pruebe que $\sup(A)$ y $\sup(\lambda A)$ existen y que cumplen

$$\sup(\lambda A) = \lambda \cdot \sup(A)$$

P6. Considera la función definida por $f(x) = \text{máx}\{|x|, \sqrt{x}\}$.

a) Determine $Dom(f)$, paridad, $Im(f)$, crecimientos. Bosqueje su gráfico.

b) Encuentre el mayor conjunto $A \subseteq Dom(f)$ tal que la restricción $f|_A : A \to f(A)$ sea biyectiva y determine su inversa.

P7. Considere la parábola de ecuación $y^2 = 4px$ y $P = (x_0, y_0)$ un punto de ella. La recta perpendicular a OP por P corta al eje OX en B y la proyección del punto P sobre el eje OX es A.

Demuestre que el trazo $\overline{\mathrm{AB}}$ tiene longitud constante.