

MA1001-3 Introducción al Cálculo

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Patricio Yáñez Alarcón.

Consultas: pyanez@dim.uchile.cl



## Auxiliar 9

15 de Mayo de 2019

### Sucesiones

#### Resumen:

- **Definición de convergencia:**  $x_n \rightarrow l \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = l \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})$  tal que  $|x_n - l| < \varepsilon$ .
- $(x_n)$  se dice **nula** si  $x_n \rightarrow 0$ .
- $(x_n)$  se dice **acotada** si  $(\exists M > 0)(\forall n \in \mathbb{N}) |x_n| \leq M$ .
- Propiedades útiles:
  1.  $(x_n)$  es nula ssi  $(|x_n|)$  es nula.
  2. Si  $(x_n)$  es nula y  $(\exists n_0 \in \mathbb{N})$  tal que  $|y_n| \leq x_n$ , entonces  $(y_n)$  es nula.
  3. Si  $(x_n)$  es nula y  $(y_n)$  es acotada entonces  $(x_n \cdot y_n)$  es nula.

(P1) Demuestre utilizando definición de convergencia que:

$$(I) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} + 1} = 1$$

$$(II) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{3n - 1} = \frac{2}{3}$$

$$(III) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 + 1 \text{ diverge.}$$

(P2) Calcular los siguientes límites:

$$(I) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n} - n$$

$$(II) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k+n} \right)^2$$

$$(III) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$$

$$(IV) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{n^2 3^{n+1}}$$

(P3) Sea  $(a_n)$  una sucesión tal que existe  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot a_n$ . Demuestre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

*Indicación: Probar que si  $x_n \rightarrow l$  y se tiene  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tal que  $f(n) \geq n$ , entonces  $x_{f(n)} \rightarrow l$ .*