

MA1001-3 Introducción al Cálculo

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Patricio Yáñez Alarcón.

Consultas: pyanez@dim.uchile.cl



Guía Ejercicios

05 de Junio de 2019

P1. Calcular los siguientes límites, si es que existen, para $a, b > 0$ y $x, y < 0$:

- | | | |
|--|--|---|
| (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! + 1}$ | (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n + 2^n}$ | (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n^2 + 4n)^2(n^3 - 3)^2(2n - 7)}{(n + 2)^3(n^3 - 2n)^2(2n^2 - 17)}$ |
| (iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n - 1} - \frac{n^2 + 1}{3^{n+1} + 2^{n+1}}$ | (v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^n \sin(n)}$ | (vi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 - n} - \sqrt{2n^2 + 2n + 1}$ |
| (vii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3^n + 2^n}$ | (viii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \sin(n)}{e^n}$ | (ix) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}}$ |
| (x) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n + \sin(n!)}$ | (xi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{a + b}}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$ | (xii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + a\sqrt{n}} - \sqrt{n - b\sqrt{n}}$ |
| (xiii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a^{-n} + b^{-n}}{2} \right)^{-\frac{1}{n}}$ | (xiv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{n}$ | (xv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctan(e^n) \cdot \left(\frac{2n + \sqrt{n} + 1}{3n + \sqrt[5]{n}} \right)^n$ |
| (xvi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^4 + n^2 + 1}$ | (xvii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n+1]{a^n}$ | (xviii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{12^{2n} + n^{44} \cdot 32^n}$ |
| (xix) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + (-1)^n}{n} \right)^n$ | (xx) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}$ | (xxi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 2n - 5}{2 - 7n + 4n^2} \right)^n$ |
| (xxii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ | (xxiii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ | (xxiv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-1 + \frac{1}{n} \right)^n$ |
| (xxv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sin \frac{1}{n}}{n} \right)^n$ | (xxvi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{a}{n} \right] \frac{n}{b}$ | (xxvii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{x}{n} \right] \frac{n}{y}$ |
| (xxviii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n} \left[\frac{n}{b} \right]$ | (xxix) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{n} \left[\frac{n}{y} \right]$ | (xxx) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + n(-1)^n}{n^2} \right]$ |

Observaciones: Tenga las siguientes consideraciones:

- En el punto (xiii), considere $a > b > 0$.
- En el punto (xiv), es la raíz n^2 -ésima.
- En los puntos superiores a (xvi), $[x]$ corresponde a la parte entera.

P2. Calcular los siguientes límites, si es que existen:

- | | |
|--|---|
| (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + k}{n}$, para $k \in \mathbb{N}$ fijo | (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n}$ |
| (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(1) + \cos(2) + \dots + \cos(n)}{n^2}$ | (iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2} + \dots + \frac{1}{n^2 + n}$ |
| (v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+n}}$ | (vi) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ |
| (vii) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\left x + \frac{1}{n} \right - x \right)$, para $x \geq 0$ | (viii) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\left x + \frac{1}{n} \right - x \right)$, para $x < 0$ |