MA1001-9 Introducción al Cálculo
Profesor: Amitai Linker
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

Auxiliar 2: Axiomas de Orden

22 de Marzo del 2019

P1. Demuestre las siguientes desigualdades:

a) $\forall x, y, z \in \mathbb{R}_+^* \ (x+y+z)(x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}) \geqslant 9$

b) $\forall a, b \in \mathbb{R}_+, a \neq b$ se cumple que: $a^4+b^4 > a^3b+ab^3$

P2. Resuelva las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{x^2-2x+2}{x^2-3x+2} \geqslant 1$

b) $\dfrac{22}{2x-3} + \dfrac{23x+26}{4x^2-9} > \dfrac{51}{2x+3}$

c) $\dfrac{4x-3}{6x} < \dfrac{8x-6}{5x}$

P3. Resuelva

a) $||2x-3|-4| \leqslant 2$

b) $3|x+5|-10 < 2|x-2|$

c) $|x(x^2-1)| < |x+x^{-1}|$

P4. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{||x|-|x-2||}{x^2-1} \leqslant 2$$

P5. Resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{x(x+2)-|x+2||x-3|}{(x+1)(x-2)} < 0$$

Propuestos

P1. [Control 1 2016-1] Repasando Axiomas de Cuerpo
Usando sólo los axiomas de cuerpo y los teoremas de unicidad de neutros e inversos, demuestre que:
Si existiera $a \neq 0$ tal que $a+a=0$, entonces se concluiría que:
$\forall x \in \mathbb{R}, x+x=0$
Si necesita alguna propiedad extra debe demostrarla.

P2. [Control 1 2017-1] Extra del Día
Determinar los valores de $m \in \mathbb{R}$, para los cuales el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2+(m-2)x+m-3=0\}$ es:
$A \neq \varnothing$, $A \subseteq (-\infty, 0)$ y $A = \{-1\} \cup \{2019\}$

Recuerdos y Consejos

Axioma 6 Tricotomía:
Para todo $x \in \mathbb{R}$, una y solo una de las siguientes proposiciones es verdadera.

1. $x \in \mathbb{R}_+^*$
2. $-x \in \mathbb{R}_+^*$
3. $x = 0$

Axioma 7 Clausura:
Para todo $x, y \in \mathbb{R}$, se cumple que:

1. $(x + y) \in \mathbb{R}_+^*$
2. $xy \in \mathbb{R}_+^*$

Recordar: Al multiplicar por un termino negativo la desigualdad se invierte y por uno positivo se mantiene.

Resolución de Ecuaciones del estilo: $\dfrac{P(x)}{Q(x)} < 0$.
Donde $<$, puede ser: $>, \leqslant$ y $\geqslant$.

1. Determinar los puntos críticos.
2. Ordenar los puntos críticos de menor a mayor y formar los intervalos entre ellos más los dos intervalos no acotados correspondientes.
3. Analizar el signo de $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ y escoger aquellos que lo solucionan.

Recordar: Las soluciones de una cuadrática son $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Algunas propiedades

1.$|x| \geqslant 0$
2. $|x| = 0 \iff x = 0$
3. $|xy| = |x||y|$
4.$|x| \leqslant a \iff -a \leqslant x \leqslant a \iff x \in [-a, a]$
5.$|x| \geqslant a \iff x \leqslant -a \vee a \leqslant x \iff x \in (-\infty, -a] \cup [a, \infty)$
6. $|x + y| \leqslant |x| + |y|$

Estudiar los dos métodos de resolución de ecuaciones con valores absolutos y consultar si es que existen problemas con alguno de ellos.
Siempre tratar de trabajar lo más posible la inecuación antes de ponerse en casos, con el fin de evitar un desarrollo más extenso.
Hacer bastantes ejercicios, pues este contenido es un poco mecánico y se necesita practica para mejorarlo.