MA1001-9 Introducción al Cálculo
Profesor: Amitai Linker
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

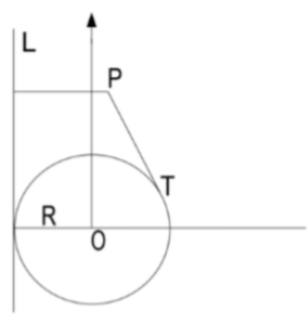
Auxiliar 5: Cónicas

12 de Abril del 2019

P1. Considere la hipérbola de ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, donde $a > b > 0$. Demuestre que cualquier recta tangente a esta cónica determina sobre las asíntotas puntos A y B tales que $x_A x_B = constante$ e indique el valor de la constante (x_A y x_B son las abcisas de A y B respectivamente).
Indicación: La recta tangente a la hipérbola en un punto $P = (x_0, y_0)$ de ella tiene por ecuación

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

P2. Dada la circunferencia $C : x^2 + y^2 = R^2$ y la recta $L = -R$ se pide determinar el lugar geométrico de los puntos P del plano tales que la distancia de P a la recta L es igual a b veces la magnitud del trazo PT tangente a la circunferencia C, con $b > 0$.



P3. Dada una elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y una recta $y = mx + k$. Se sabe que estas son tangentes si y sólo si se verifica:

$$k^2 = m^2 a^2 + b^2$$

Encuentre el lugar geométrico de los puntos $P = (\alpha, \beta)$ tales que las dos rectas tangentes a la elipse que pasan por P son perpendiculares

P4. Considere la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, encontrar el punto (x_0, y_0) tal que el rectángulo inscrito en la elipse que tiene a (x_0, y_0) como vértice y sus lados paralelos a los ejes de coordenadas tiene área máxima, Nota: utilice las propiedades de parábolas para determinar el máximo.

Propuestos

P1. Considere los puntos $A = (a, 0)$ y $B = (-a, 0)$, donde $a > 0$. Encuentre el lugar geométrico de los puntos $P = (x, y)$ tal que las pendientes de las rectas L_{PA} y L_{PB} satisfacen la siguiente relación

$$m_{PA} = \frac{2m_{PB}}{1 - m_{PB}^2}$$

Recuerdos y Consejos

Hiperbola

	Horizontal	Vertical
Ecuación	$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} = 1$
Centro	(x_0, y_0)	(x_0, y_0)
Excentricidad	$e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$
Focos	$(x_0 \pm a \cdot e, y_0)$	$(x_0, y_0 \pm b \cdot e)$
Directrices	$x = x_0 \pm \frac{a}{e}$	$y = y_0 \pm \frac{b}{e}$
Asíntotas	$y - y_0 = \pm\frac{b}{a}(x - x_0)$	$y - y_0 = \pm\frac{b}{a}(x - x_0)$
Forma